

# Alternativtests

## Worum geht es bei Hypothesentests?<sup>1)</sup>

Bei einem Hypothesentest stehen sich zwei einander widersprechende Behauptungen / Vermutungen (sog. Hypothesen) gegenüber. Welche der beiden Hypothesen wahr ist und welche falsch, weiß man nicht und man kann es auch nicht wissen, da in den Hypothesen Aussagen über vom Zufall beeinflusste Vorgänge gemacht werden (z. B. dass die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ereignisses einen Wert oberhalb bzw. unterhalb eines angegebenen Wertes liegt o.ä.).

Der Hypothesentest dient nun dazu anhand des Ergebnisses einer Stichprobe zu einer Entscheidung darüber zu kommen, welche der beiden Hypothesen man eher zu glauben bereit ist oder anders ausgedrückt: welche der beiden Hypothesen angenommen (bzw. beibehalten) und welche verworfen wird.

Eine 100%-ige Sicherheit, dass die angenommene Hypothese auch tatsächlich wahr ist, kann der Hypothesentest naturgemäß niemals bieten.

Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten eines solchen Tests benutzt man die Binomialverteilung.

## Einstiegsbeispiel - 1

Herr Wehr beschließt neben seiner Berufung als Lehrer etwas nebenher zu verdienen, indem er mit dem 3D-Drucker Weihnachtsornamente produziert. Um hier eine ausreichend große Stückzahl zu produzieren rüstet Herr Wehr schnell auf einen zweiten 3D-Drucker auf. Erfahrungsgemäß stellt der hochwertigere Drucker ca. 10% Ausschuss her und der günstigere zu ca. 30%. Die produzierten Ornamente werden direkt von Herrn Wehrs Praktikanten in Kisten mit je 100 Ornamenten gepackt. Leider hat der Praktikant vergessen die Kisten zu beschriften. Nun stellt sich die Frage, wie herausgefunden werden kann, welche Kiste von dem guten und welche von dem schlechten Drucker gefertigt wurde. Um hier effizient vorzugehen wählt Herr Wehr das im Folgenden beschriebene kluge Vorgehen.

## Welche Kategorien von Kisten gibt es?

Herr Wehr stellt fest, dass es nur Kisten **1.** und **2.** Wahl gibt. Es muss also eine Möglichkeit gefunden werden diese zu erkennen.

## Stichprobengröße

Um nicht alle Ornamente zu prüfen beschließt Herr Wehr immer nur 10 Ornamente einer Kiste zu überprüfen. Anhand dieser wird entschieden, ob die Kiste 1. oder 2. Wahl ist.

## Entscheidungsregel

Da Herr Wehr komplexe mathematische Berechnungen angestellt hat entscheidet er sich dafür folgende Entscheidungsregeln festzulegen:

- Wenn zwischen 0 und 2 mangelhaften Ornamenten gefunden werden ist die Kiste **1. Wahl**.
- Wenn mehr als 2 fehlerhafte Ornamente gefunden werden ist die Kiste **2. Wahl**.

## Welche Fehler können Herr Wehr unterlaufen?

Es ist ersichtlich, dass die Einordnung der Kisten nach dem beschriebenen Verfahren nicht zu 100% richtig ist. Welche Fehler können unterlaufen?

### 1. möglicher Fehler

In der Stichprobe werden zufällig nur 2 fehlerhafte Ornamente gefunden und die Kiste wird somit als 1. Wahl eingestuft. Eigentlich ist die Kiste allerdings eine Kiste 2. Wahl.

Welche Folgen hätte dies für Herrn Wehr?

Dieser Fehler hätte tendenziell unangenehme Folgen für Herrn Wehr. Unzufriedene Kunden und ein erhöhtes Retoureaufkommen. Es gilt also auf jeden Fall diesen Fehler zu vermeiden.

### 2. möglicher Fehler

In der Stichprobe werden so viele unbrauchbare Ornamente gefunden, dass diese als 2. Wahl eingestuft wird, eigentlich handelt es sich jedoch um eine Kiste 1. Wahl.

Welche Folgen hätte dies für Herrn Wehr?

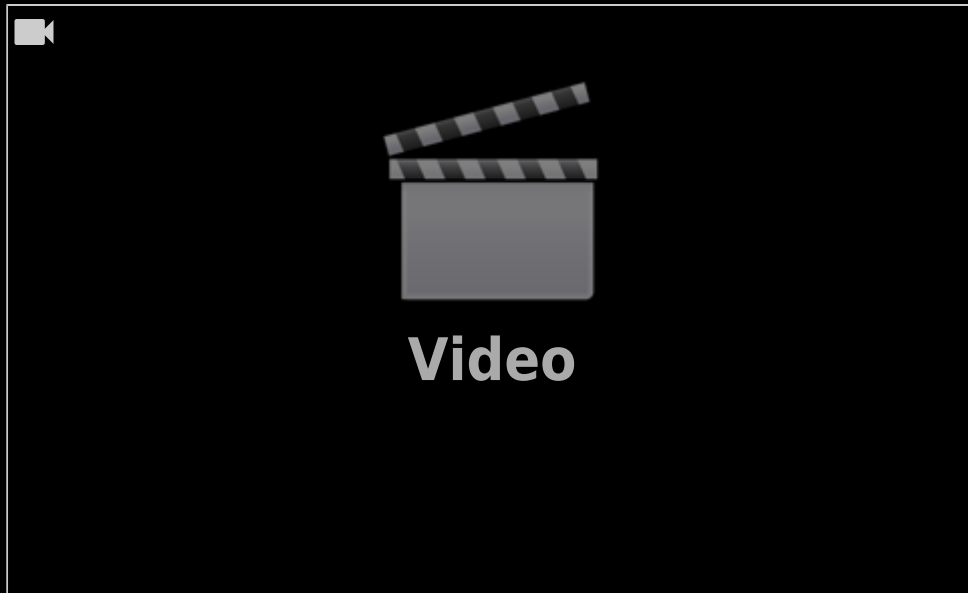
In diesem Fall hätte der Fehler eine kleine finanzielle Einbuße zur Folge, da Kisten 1. Wahl günstiger verkauft werden. Insgesamt würde Herr Wehr bei der Gestaltung des Tests also darauf achten, dass der erste Fehler möglichst unwahrscheinlich ist, während der zweite Fehler nicht über die Maßen wahrscheinlich wird. Um dies zu tun könnten verschiedene Möglichkeiten gewählt werden.

## Anpassungen des Testverfahrens

1. Herr Wehr könnte den **Stichprobenumfang vergrößern**.  $\rightarrow$  Herr Wehr prüft also fortan immer 20 Ornamente einer Kiste.
2. Herr Wehr könnte die **Entscheidungsregeln anpassen** um die Wahrscheinlichkeiten für die Fehler zu ändern.

## Aber welche Berechnungen hat Herr Wehr denn nun gemacht?

## Wahrscheinlichkeit Fehler 1. Art

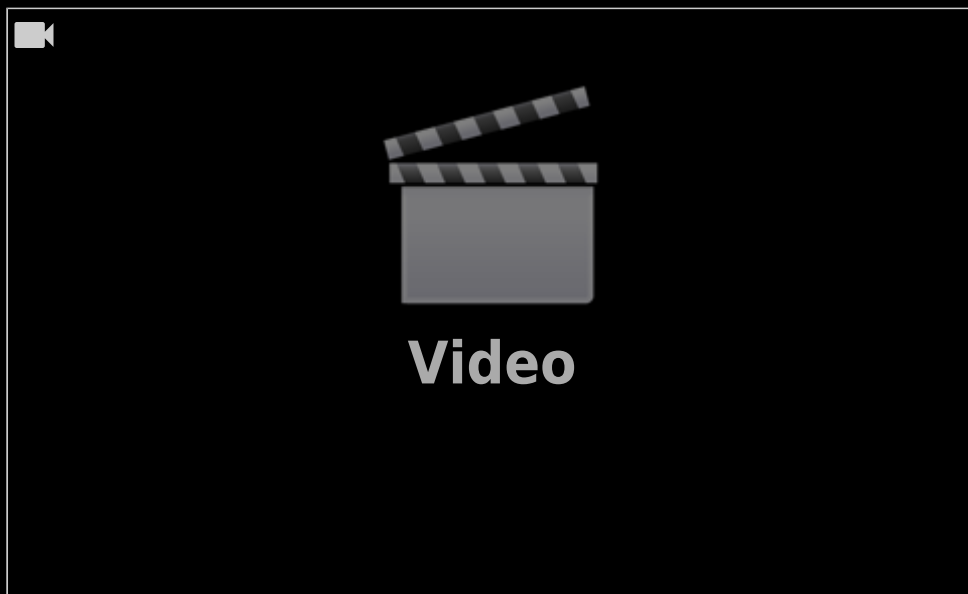


### Material zum Video

Wie wahrscheinlich ist es, dass Herr Wehr mit den oben genannten Entscheidungsregeln als Kiste 1. Wahl einstuft, obwohl diese Kiste eigentlich 2. Wahl ist?

- Transkript (PDF)
- Transkript (Goodnotes)

### Wahrscheinlichkeit Fehler 2. Art



### Material zum Video

Wie wahrscheinlich ist es, dass Herr Wehr mit den oben genannten Entscheidungsregeln als Kiste 2. Wahl einstuft, obwohl diese Kiste eigentlich 1. Wahl ist?

- Transkript (PDF)

- Transkript (Goodnotes)

## Wichtige Begriffe bei Hypothesentests

- S. 158

## Übungen

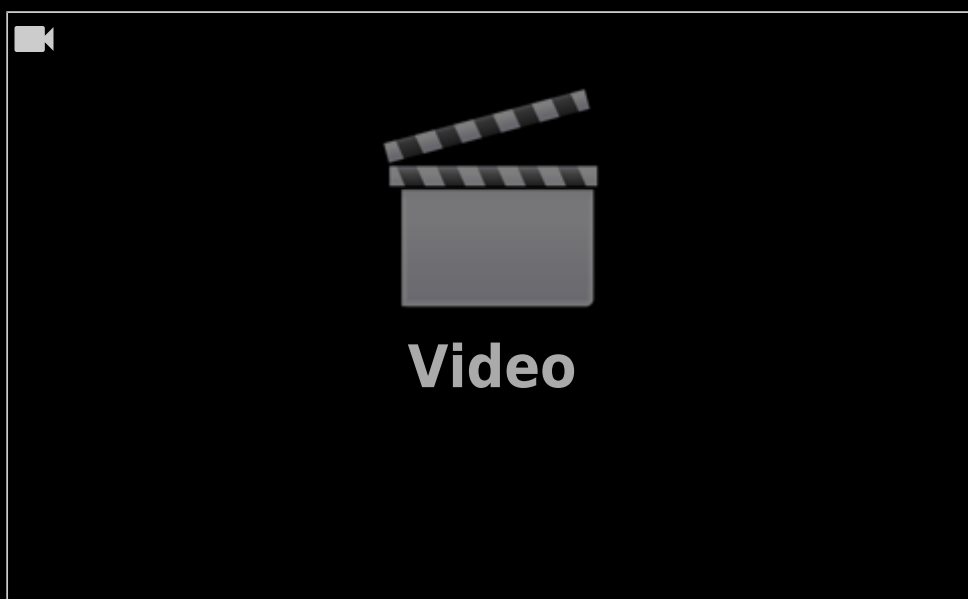
### Grundkurs

- S. 160 Nr. 1
- S. 162 Nr. 4 a), b)
- S. 162 Nr. 5 a)
- S. 162 Nr. 6 a)

### Leistungskurs

- S. 196 Nr. 1
- S. 198 Nr. 4 a), b)
- S. 198 Nr. 5 a)
- S. 198 Nr. 6 a)

## Berechnung der kritischen Zahl $\alpha$



## Material zum Video

Herr Wehr hat einen neuen Vertrag mit Hermes und kann nun Retouren viel günstiger abwickeln. Außerdem hat er bereits einen guten Ruf am Markt und macht sich deshalb keine allzu großen Sorgen mehr um seinen Ruf. Er beschließt das Testverfahren so anzupassen, dass der Fehler 1. Art mit bis zu 15%-iger Wahrscheinlichkeit eintreten darf. Welche Entscheidungsregel ist hier anzuwenden?

### Übungsaufgaben - Bestimmung kritischer Zahl $z_{K\alpha}$

- S. 161 Nr. 2, 3

### Gemischte Übungsaufgaben Alternativtest

- S. 162

### Lösungen

Lösungen Bigalke Köhler - Hypothesentests (PDF)

Passwort eingeben:  Abschicken

<sup>1)</sup>

Quelle: [Serlo.org](https://serlo.org) unter [CC BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) - Inhalt wurde nicht verändert

From:  
<https://wiki-mathe-info.de/> - Wiki: Mathe und Info

Permanent link:  
<https://wiki-mathe-info.de/mathe/sek-ii/q3/stochastik-hypothesen/l1-alternativtest>

Last update: **2024-12-15 17:56**

