Kurvenschar - Beispiel

Fallunterscheidungen
↳ bei Scharen müssen Fälle klar unterschieden werden

$$f_k(x) = \frac{1}{3}x^3 + k x^2 + x$$

Symmetrie

$k=0$	$\Rightarrow$ nur ungerade Exponenten $\Rightarrow$ Punktsymmetrie z $(0\|0)$
sonst	$\Rightarrow$ keine Standardsymmetrie

Nullstellen

$$0 = \frac{1}{3}x^3 + k x^2 + x \quad | \text{ ausklammern}$$

$$= x\left(\frac{1}{3}x^2 + kx + 1\right) \quad | \text{ Satz v. Nullprodukt}$$

$\hookrightarrow \; x_0 = 0$

$$\hookrightarrow \; 0 = \frac{1}{3}x^2 + kx + 1 \quad | \cdot 3$$

$$0 = x^2 + 3kx + 3 \quad | \text{ pq-Formel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{3k}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3k}{2}\right)^2 - 3} \quad | \; T$$

$$= -\frac{3k}{2} \pm \sqrt{\frac{9k^2}{4} - \frac{12}{4}} \quad | \; T$$

$$= -\frac{3k}{2} \pm \sqrt{\frac{9k^2 - 12}{4}} \quad | \; T$$

$$= -\frac{3k}{2} \pm \frac{\sqrt{9k^2 - 12}}{2} \quad | \; T$$

$$= \frac{-3k \pm \sqrt{9k^2 - 12}}{2}$$

$$\Rightarrow \; 9k^2 - 12 = 0 \quad | + 12$$

$$9k^2 = 12 \quad | : 9$$

$$k^2 = \frac{4}{3} \quad | \sqrt{\;}$$

$$k = \pm\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$= \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$$

Kurvenschar - Beispiel

$\lvert k\rvert > \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow$	$x_1 = \frac{-3k + \sqrt{9k^2 - 12}}{2}$ $x_2 = \frac{-3k - \sqrt{9k^2 - 12}}{2}$
$\lvert k\rvert = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow$	$x_1 = -\frac{3}{2}k$
$\lvert k\rvert < \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow$	keine weiteren NST