

# Übungsaufgaben Integration

## Aufgabe 1: Differentiation, Integration, Flächeninhalt

- a) Es seien  $F_1$ ,  $F_2$  und  $f$  Funktionen, deren Graphen in der Abb. 1 dargestellt sind. Entscheide, welche der beiden Funktionen  $F_1$  oder  $F_2$  eine Stammfunktion von  $f$  ist und begründe deine Entscheidung mathematisch.
- b) Vervollständige in Bezug auf Abb. 2 die Lücken korrekt:

Um die gelb markierte Fläche in Abb. 2 korrekt zu berechnen, muss man zunächst \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Dann \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Zum Schluss \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

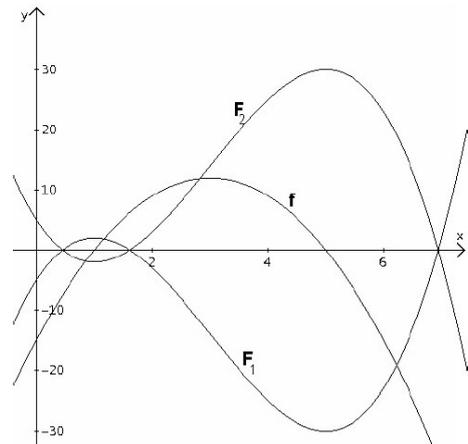


Abb. 1

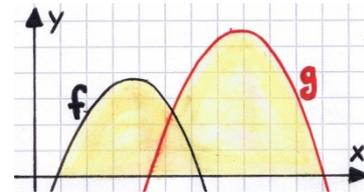


Abb. 2

## Aufgabe 2: Eine Fläche – viele Streifen: Die Streifenmethode des Archimedes

Es soll der Flächeninhalt unter der Funktion  $f(x) = -0,8x^2 + 5$  im Intervall  $[0; 2]$  mit Hilfe der Untersumme  $U_4$  und Obersumme  $O_4$  bestimmt werden ( $x$  und  $f(x)$  in  $m$ ).

- a) Zeichne die Funktion in ein geeignetes Koordinatensystem ein. Verdeutliche anschließend zeichnerisch die Ober- und Untersumme, indem du die entsprechenden Streifen einzeichnest.
- b) Bestimme den Flächeninhalt unter der Funktion  $f(x)$  im Intervall  $[0; 2]$  mit Hilfe der Berechnung der Untersumme  $U_4$  rechnerisch.

## Aufgabe 3: Unbestimmtes und bestimmtes Integral und Stammfunktion

Berechne die folgenden bestimmten und unbestimmten Integrale; vereinfache den Term wenn möglich:

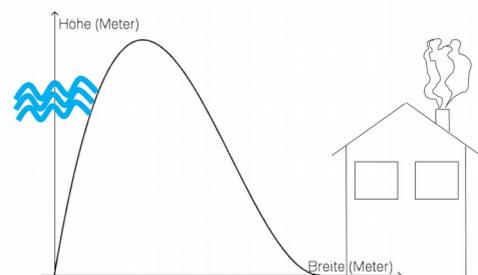
a)  $\int (5x^2 + x) dx$       b)  $\int_{-2}^4 \left( \frac{1}{4}x^3 - 2x + 1 \right) dx$       c)  $\int \left( \frac{3}{2x^4} - 7\sqrt{x^5} \right) dx$       d)  $\int (3,2x^2 + 2n - 5) dn$

- e) Ermittle rechnerisch die Stammfunktion von  $f(x) = 4x^2 - 8x - 6$ , die durch den Punkt  $P(3|2)$  verläuft.

## Aufgabe 4: Sand-Volumen eines Deiches

An der niederländischen Küste soll ein Deich aus Sand mit einer Länge von  $4 \text{ km}$  errichtet werden. Der Querschnitt wird durch die Funktionsgleichung  $f(x) = \frac{1}{8}x \cdot (x - 8)^2$  beschrieben ( $x$  und  $f(x)$  in  $m$ ).

Berechne die Sandmenge in Kubikmetern, die für den Deich notwendig ist.

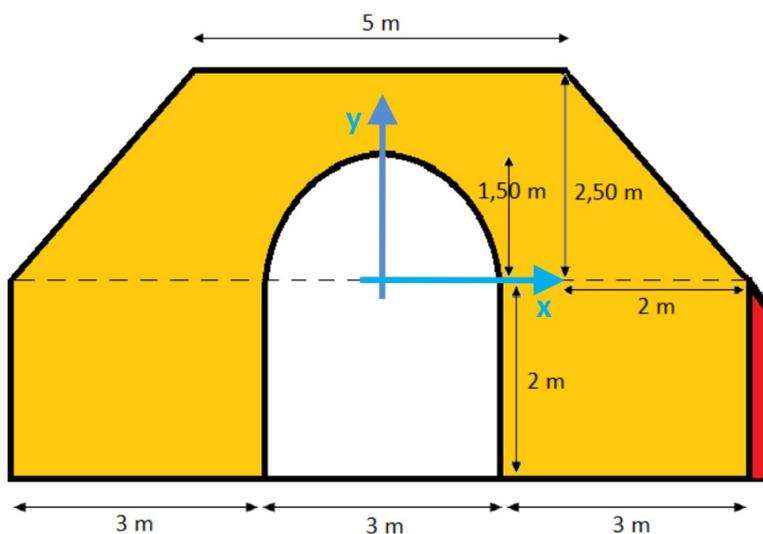


### Aufgabe 5: Verputzungsfläche des Parpaillon-Tunnelportals

Das Portal des Tunnels durch den Col du Parpaillon in den französischen Alpen muss dringend saniert werden. Die Tunnelöffnung ist 3 m breit (s. Bauskizze). In einer Höhe von 2 m über dem Tunnelboden verjüngt sich die Öffnung parabelförmig, so dass der Tunnel in der Mitte insgesamt 3,50 m hoch ist. Die gelb eingefärbte Fläche des Portals soll im Rahmen der Sanierung verputzt werden.



Ermittle rechnerisch, wie teuer die zu verputzende Fläche kommt, wenn ein Quadratmeter mit Kosten von 20,- € veranschlagt wird. (Alle Maße sind der Bauskizze entnehmbar.)



### Aufgabe 6: Drag Racing

1964 wurde beim einem Drag Race als erstes die rekordverdächtige 200mph -Marke ( 320km/h ) erreicht.

Die Funktion  $v(t) = \frac{-25}{2304}t^4 + \frac{5}{32}t^3 + \frac{5}{16}t^2$  beschreibt den Geschwindigkeitsverlauf der Rekordfahrt (  $t$  in s ,  $v$  in m/s ).

Gib einen vollständigen, vereinfachten Berechnungsansatz an, wie sich die zurückgelegte Wegstrecke innerhalb der ersten 8 Sekunden der Rekordfahrt bestimmen lässt.

