

Hinweise für den Prüfling

Bearbeitungszeit (insgesamt): 255 Minuten

Prüfungsteil 1: 45 Minuten

Prüfungsteil 2 (insgesamt): 210 Minuten

Auswahlverfahren und Prüfungsablauf

Prüfungsteil 1: Vorschlag A ist ein Pflichtvorschlag. Nach Ablauf der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 1 und dem anschließenden Zählen der Wörter geben Sie Vorschlag A und Ihre Bearbeitung von Vorschlag A ab.

Anschließend werden die Aufgabenvorschläge für Prüfungsteil 2 sowie die zugelassenen Hilfsmittel bereitgestellt und die Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 beginnt.

Prüfungsteil 2: Wählen Sie aus den Aufgabengruppen B und C jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Die nicht ausgewählten Vorschläge werden 60 Minuten nach Beginn der Bearbeitungszeit von Prüfungsteil 2 von der Aufsicht führenden Lehrkraft eingesammelt.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS
3. eine eingeführte, gedruckte Formelsammlung eines Schulbuchverlags
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Analysis

Aufgaben

Die Tabellen in Material 1 zeigen die Entwicklung der Weltbevölkerung über einen Zeitraum von 60 Jahren. In Material 2 sind die Wertepaare für ausgewählte Zeitpunkte als Punkte eingezeichnet (Weltbevölkerung in Milliarden Menschen, gerundet auf zwei Nachkommastellen, Zeit t in Jahren nach Beginn des Jahres 1960).

- 1.1 Zeigen Sie anhand der Tabellenwerte in Material 1, dass die Entwicklung der Weltbevölkerung im Zeitraum von 1960 bis 1985 als exponentieller Wachstumsprozess modelliert werden kann. **(4 BE)**
- 1.2 Ein Wissenschaftler schlägt vor, die Entwicklung der Weltbevölkerung durch die Funktion f mit $f(t) = 3,02 \cdot e^{0,019 \cdot t}$ ($f(t)$ in Milliarden Menschen, Zeit t in Jahren nach Beginn des Jahres 1960) zu modellieren. Geben Sie die Funktionswerte in der folgenden Wertetabelle an und zeichnen Sie den Graphen der Funktion f für $0 \leq t \leq 60$ in das Koordinatensystem in Material 2.

t	0	10	20	30	40	50	60
f(t)							

Geben Sie die Weltbevölkerung an, die der Wissenschaftler bei dieser Modellierung für den Beginn des Jahres 2020 prognostiziert.

(5 BE)

- 1.3 Zeichnen Sie die Wertepaare der Tabelle (Material 1) für die Jahre 1990 bis 2020 als Punkte in das Koordinatensystem in Material 2.
Beurteilen Sie, inwieweit der in Aufgabe 1.2 genannte Modellierungsvorschlag geeignet ist, die tatsächliche Bevölkerungsentwicklung in der Zeit vor und nach 1990 zu beschreiben. **(5 BE)**

- 1.4 Berechnen Sie den Wert des Terms $\frac{1}{20} \cdot \int_5^{25} 3,02 \cdot e^{0,019 \cdot t} dt$ und deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(6 BE)

- 2 Für die Zeit ab 1985 wird eine neue Modellierung für die Entwicklung der Weltbevölkerung vorgeschlagen. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich die momentane Änderungsrate der Bevölkerungsentwicklung durch eine Funktion g' mit $g'(t) = d \cdot e^{k \cdot t}$ modellhaft beschreiben lässt.
Im Gegensatz zur Funktion f aus Aufgabe 1 wird für die Funktion g' der Zeitpunkt $t = 0$ auf den Beginn des Jahres 1985 festgelegt.

Mathematik
Grundkurs (WTR)
Thema und Aufgabenstellung
Prüfungsteil 2 – Vorschlag B1

- 2.1 Für den Beginn des Jahres 1985 geht man von einer momentanen Änderungsrate von 0,0891 Milliarden Menschen pro Jahr aus, während für den Beginn des Jahres 2020 nur noch eine Änderungsrate von 0,078 Milliarden Menschen pro Jahr angenommen wird. Berechnen Sie auf dieser Grundlage die Werte der Parameter d und k und geben Sie die Funktionsgleichung von g' an.

(5 BE)

Im Folgenden soll die momentane Änderungsrate der Bevölkerungsentwicklung durch die Gleichung $g'(t) = 0,0891 \cdot e^{-0,004t}$ beschrieben werden.

- 2.2 Die Funktion g soll die Entwicklung der Weltbevölkerung ab 1985 modellhaft beschreiben. Berechnen Sie eine Funktionsgleichung der Funktion g so, dass der Funktionswert von g für den Beginn des Jahres 1985 mit dem Tabellenwert dieses Jahres übereinstimmt.

$$\left[\text{zur Kontrolle: } g(t) = 27,125 - 22,275 \cdot e^{-0,004t} \right]$$

(5 BE)

- 2.3 Untersuchen Sie anhand des Funktionsterms von g , wie sich die Weltbevölkerung nach diesem Modell langfristig entwickelt.

(3 BE)

- 2.4 Berechnen Sie den Zeitpunkt, ab dem die Weltbevölkerung nach diesem Modell um weniger als 0,08 Milliarden Menschen pro Jahr zunimmt.

(3 BE)

- 3 Untersuchen Sie anhand der Werte für die Jahre 1995, 2005 und 2020, ob sich die Funktion g zur Modellierung der Entwicklung der Weltbevölkerung für den Zeitraum von 1995 bis 2020 besser eignet als die Funktion f .

(4 BE)

Material 1
Entwicklung der Weltbevölkerung von 1960 bis 1985

Jahr	1960	1965	1970	1975	1980	1985
Weltbevölkerung (Milliarden Menschen, gerundet auf zwei Nachkommastellen)	3,02	3,32	3,68	4,06	4,44	4,85

Entwicklung der Weltbevölkerung von 1985 bis 2020

Jahr	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Weltbevölkerung (Milliarden Menschen, gerundet auf zwei Nachkommastellen)	4,85	5,31	5,74	6,13	6,52	6,93	7,35	7,78

<http://www.bpb.de/nachschlagen/zahlen-und-fakten/globalisierung/52699/bevoelkerungsentwicklung>
(abgerufen am 07.11.2019).

Material 2

graphische Darstellung der Entwicklung der Weltbevölkerung

