Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR)
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Prüferin/Prüfer: ______________________ Datum: ______________________

Analysis

Aufgaben

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ und $g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

Die Graphen der Funktionen f und g besitzen keinen Schnittpunkt.

1.1 In Material 1 sind die Graphen der beiden Funktionen im ersten Quadranten eines Koordinatensystems dargestellt. Ordnen Sie jedem Graphen die zugehörige Funktionsgleichung zu und beschriften Sie die Achsen mit einer geeigneten Skala.

(3 BE)

1.2 Entscheiden Sie durch geeignete Rechnungen, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

(1) Der Graph von g ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

(2) $f(x) = f''(x)$

(3) Die Funktion D mit $D(x) = -e^{-x}$ ist eine Stammfunktion der Funktion d mit $d(x) = f(x) - g(x)$.

(7 BE)

2 Erklären Sie die geometrische Bedeutung des Ansatzes in Zeile (1) und des Ergebnisses in Zeile (5) im untenstehenden Kasten.
Erläutern Sie die Umformungsschritte in den Zeilen (2) bis (4).

(1)	$\pi \cdot \int_0^a \left(f(x)\right)^2 dx - \pi \cdot \int_0^a \left(g(x)\right)^2 dx \quad (a > 0)$
(2)	$= \pi \cdot \int_0^a \left(f(x)\right)^2 - \left(g(x)\right)^2 dx$
(3)	$= \pi \cdot \int_0^a \left(f(x) + g(x)\right) \cdot \left(f(x) - g(x)\right) dx$
(4)	$= \pi \cdot \int_0^a e^x \cdot e^{-x} dx$
(5)	$= \pi \cdot a$

(10 BE)

3 Am Ende der Wilhelmshöher Allee in Kassel befinden sich durchhängende Ketten (siehe Abbildung), deren an Stützpfeilern angebrachte Aufhängepunkte einen Abstand von 400 cm haben.
Die Kettenkurve einer der Ketten lässt sich näherungsweise durch den Graphen einer zur y-Achse symmetrischen Funktion h mit $h(x) = 11 \cdot \left(e^{0{,}0088 \cdot x} + e^{-0{,}0088 \cdot x}\right)$ darstellen.

Dabei ist das Koordinatensystem so gewählt, dass die ebene Bodenlinie auf der x-Achse und der tiefste Punkt der Kette auf der y-Achse liegen. Ein Aufhängepunkt der betrachteten Kette befindet sich im Punkt A(200|65,83). Eine Längeneinheit entspricht einem Zentimeter.

3.1 Bestätigen Sie rechnerisch, dass die Kette einen Tiefpunkt hat, und bestimmen Sie dessen Koordinaten.

(6 BE)

3.2 Im Material 2 ist der Graph der Funktion h im Intervall $[-200; 200]$ abgebildet. Zeichnen Sie die fehlenden Koordinatenachsen in das Material und beschriften Sie die Achsen unter Verwendung einer geeigneten Skalierung.
Zeichnen Sie zusätzlich den Tiefpunkt T(0|22) und den Aufhängepunkt A in das Koordinatensystem.

(4 BE)

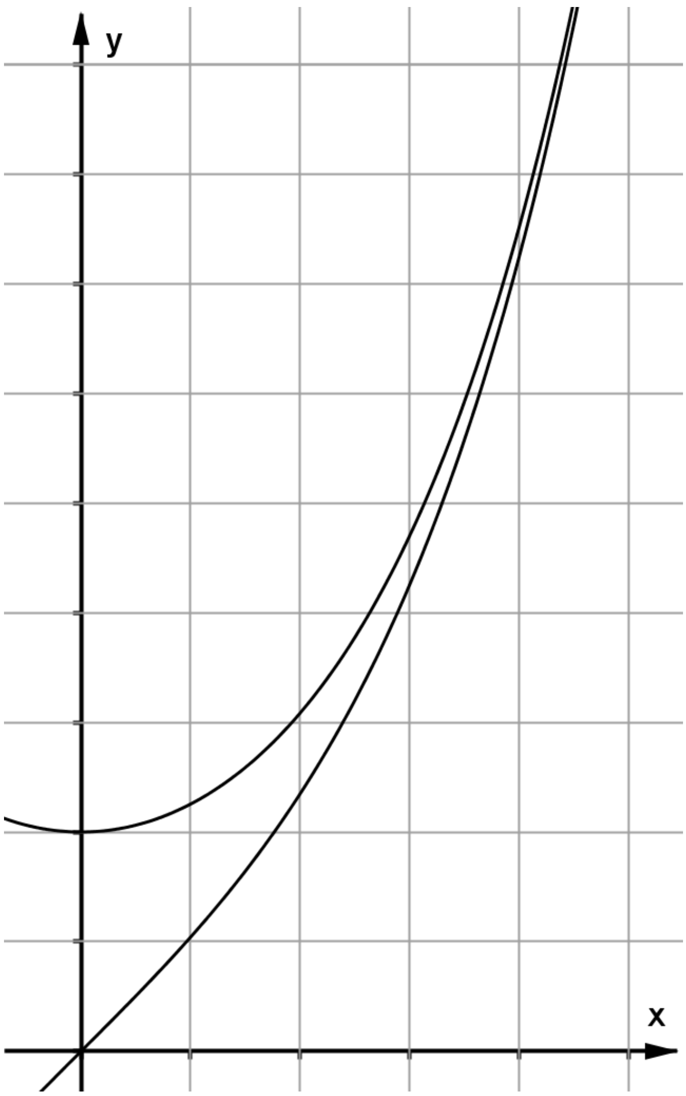
3.3 Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche unterhalb der Kettenkurve zwischen den beiden Aufhängepunkten der Kette in Quadratmetern. Ermitteln Sie den Winkel zwischen der Kettenkurve und einem Stützpfeiler in einem Aufhängepunkt.

(6 BE)

3.4 Auf den ersten Blick erinnert die Kettenkurve an eine Parabel.
Leiten Sie aus dem Aufhängepunkt A und dem Tiefpunkt T die Gleichung einer quadratischen Funktion p her, deren Graph die Kettenkurve annähernd darstellt.

(4 BE)

Material 1



Material 2