

I Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß KMK-Standards für die allgemeine Hochschulreife, Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung

Q2: Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Geradengleichung, Länge von Vektoren, Koordinatenform, Abstand Punkt/Ebene, Schnittwinkel

II Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.

Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben.

Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
1.1	$\vec{d} = \vec{a} + \overline{BC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow D(4 10 0)$ $\vec{s} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) + \vec{h} = \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 \\ 16 \\ 0 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix} \Rightarrow S(11 9 10)$	4
1.2	$\overline{AS} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}; \overline{AS} = \sqrt{1 + 49 + 100} = 5\sqrt{6} \approx 12,25$ <p>Gesamtlänge aller Schienen: $4 \cdot \overline{AS} \approx 49$ (m)</p>	2

Aufg.	erwartete Leistungen	BE
2.1	$E_{\text{ABS}}: \vec{x} = \vec{a} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \vec{AS} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$ <p>Der Ansatz $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 8n_1 + 6n_2 + 0n_3 = 0$ und $\vec{n} \cdot \vec{AS} = n_1 + 7n_2 + 10n_3 = 0$</p> <p>führt auf den möglichen Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix}$.</p> <p>Koordinatenform der Ebene: $E_{\text{ABS}}: 6x - 8y + 5z = d$ Bestimmen von d durch Einsetzen der Koordinaten des Punktes A: $d = 6 \cdot 10 - 8 \cdot 2 = 44$ also: $E_{\text{ABS}}: 6x - 8y + 5z = 44$</p>	5
2.2	$\cos \alpha = \frac{ \vec{n}_{\text{ABS}} \cdot \vec{n}_{\text{ADS}} }{ \vec{n}_{\text{ABS}} \cdot \vec{n}_{\text{ADS}} } = \frac{\left \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix} \right }{\sqrt{36 + 64 + 25} \cdot \sqrt{64 + 36 + 25}} = \frac{ -25 }{125} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \alpha \approx 78,5^\circ$	4
3.1	<p>Da der Kugelmittelpunkt 5 m vertikal unterhalb von S liegt, ist die z-Koordinate von M um 5 Einheiten kleiner als die z-Koordinate von S. Die x- und y-Koordinaten der beiden Punkte M und S sind identisch.</p>	2
3.2	<p>Abstand von M zur Ebene E_{ABS}: Lotgerade g zur Ebene E_{ABS} durch M:</p> $g: \vec{x} = \vec{m} + t \cdot \vec{n}_{\text{ABS}} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix}$ <p>Bestimmen des Ortsvektors des Lotfußpunktes durch Einsetzen von g in die Gleichung für E_{ABS}: $6(11 + 6t) - 8(9 - 8t) + 5(5 + 5t) = 44 \Leftrightarrow t = \frac{1}{5}$</p> $\vec{f} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12,2 \\ 7,4 \\ 6 \end{pmatrix}$ $d = \overline{MF} = \left \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix} \right = \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ (m)}$ <p>Da der Kugelradius (2m) kleiner ist als der Abstand des Kugelmittelpunktes zur Pyramidenfläche (2,24m), berührt die Kugel die Pyramidenflächen nicht.</p>	6
4.1	<p>Zeichnen eines Punktes P auf die positive x-Achse. Zeichnen eines Punktes Q auf die vordere Dachkante des größeren Teils des Firmengebäudes rechts der z-Achse.</p>	2

III Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt unter Beachtung der nachfolgenden Vorgaben nach § 33 der Oberstufen- und Abiturverordnung (OAVO) vom 20. Juli 2009 (ABl. S. 408), zuletzt geändert durch Verordnung vom 1. August 2017 (ABl. S. 672). Nach § 52 (Übergangsregelungen) ist Folgendes zu beachten:

- Bei der Bewertung und Beurteilung der sprachlichen Richtigkeit in der deutschen Sprache sind die Bestimmungen des § 9 Abs. 12 OAVO in Verbindung mit Anlage 9b in der seit 16. September 2017 geltenden Fassung anzuwenden.
- In den modernen Fremdsprachen sowie den alten Sprachen gelten die Bestimmungen des § 9 Abs. 13 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9b und c bzw. 9d der Verordnung in der bis zum 15. August 2016 geltenden Fassung.

Bei der Berechnung von Prozentwerten und Fehlerindizes gemäß Anlage 9 OAVO werden die berechneten Werte nicht gerundet. Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Punkte ist Anlage 9a zu § 9 Abs. 12 OAVO anzuwenden. Darüber hinaus sind die Vorgaben der Erlasse „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen (Abiturerlass)“ und „Durchführungsbestimmungen zum Landesabitur“ in der für den Abiturjahrgang geltenden Fassung zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von 5 Punkten (ausreichend) setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von 11 Punkten (gut) setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.

Gewichtung der Aufgaben und Zuordnung der Bewertungseinheiten zu den Anforderungsbereichen

Aufgabe	Bewertungseinheiten in den Anforderungsbereichen			Summe
	AFB I	AFB II	AFB III	
1	3	3		6
2	6	3		9
3		4	4	8
4		5	2	7
Summe	9	15	6	30

Die auf die Anforderungsbereiche verteilten Bewertungseinheiten innerhalb der Aufgaben sind als Richtwerte zu verstehen.