

Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS **oder**
ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS **oder**
ein computeralgebrafähiger Taschencomputer/Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Lineare Algebra / Analytische Geometrie**Aufgaben**

Vor dem Firmengebäude der Firma Kugel Glasbau steht zu Werbezwecken eine gläserne Pyramide mit quadratischer Grundfläche (Material). In einem an dem Gebäude orientierten Koordinatensystem sind die Punkte $A(10|2|0)$, $B(18|8|0)$ und $C(12|16|0)$ drei der Eckpunkte der Pyramidengrundfläche. Die Spitze der Pyramide befindet sich in der Höhe $h=10$ m senkrecht über der Mitte der Pyramidengrundfläche. Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.

- 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunkts D der Pyramidengrundfläche und die Koordinaten der Spitze S der Pyramide.
[zur Kontrolle: $S(11|9|10)$]
(4 BE)
- 1.2 Die von jedem der Eckpunkte A, B, C und D jeweils zur Spitze S verlaufenden Seitenkanten der Pyramide sind durch Metallschienen verstärkt. Berechnen Sie die Gesamtlänge aller Schienen.
(2 BE)
- 2 Die Eckpunkte A und B sowie die Spitze S liegen in einer Ebene E_{ABS} .
- 2.1 Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E_{ABS} .
[zur Kontrolle: Eine mögliche Koordinatengleichung von E_{ABS} lautet $6x - 8y + 5z = 44$.]
(5 BE)
- 2.2 Eine benachbarte Seitenfläche enthält die Punkte A, D und S und liegt in der Ebene E_{ADS} : $8x + 6y - 5z = 92$.
Berechnen Sie den Schnittwinkel der Ebenen E_{ABS} und E_{ADS} .
(4 BE)
- 3 Im Inneren der Pyramide ist in Anlehnung an das Firmenlogo eine Kugel mit einem Durchmesser von 4 m so aufgehängt, dass der Kugelmittelpunkt in einem Abstand von 5 m vertikal unterhalb der Pyramidenspitze S liegt.
- 3.1 Erklären Sie, warum der Punkt $M(11|9|5)$ der Mittelpunkt der Kugel ist.
(2 BE)
- 3.2 Untersuchen Sie, ob die Kugel die Seitenflächen der Pyramide berührt.
(6 BE)

4 Um einen besseren Werbeeffect zu erzielen, soll die Pyramide abends beleuchtet werden. Die Lichtquelle befindet sich im Punkt $P(a|0|0)$ mit $a > 0$. Der Schatten der Pyramide fällt dabei auf den 20 m hohen und 30 m breiten, größeren Teil des Firmengebäudes.

4.1 Zeichnen Sie einen der Punkte $P(a|0|0)$ sowie einen der Punkte $Q(0|y|20)$ mit $0 < y \leq 20$ in das Koordinatensystem im Material.

(2 BE)

4.2 Erläutern Sie die Rechenschritte in den Zeilen (1) bis (3) und deuten Sie das Ergebnis in Zeile (4) im Sachzusammenhang.

$$(1) \quad S(11|9|10); \quad \bar{x} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 11-a \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad Q(0|y|20); \quad \begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{array} \left| \begin{array}{l} a + 11t - a \cdot t = 0 \\ 9t = y \\ 10t = 20 \end{array} \right| \Leftrightarrow t = 2$$

$$(3) \quad a + 22 - 2a = 0 \Leftrightarrow a = 22$$

$$(4) \quad \text{also: } P(22|0|0)$$

(5 BE)

Material

