

Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Analysis

Aufgaben

In einem Labor wird die Wirksamkeit eines neuen Mittels gegen die Ausbreitung von Stechmücken untersucht.

- 1 Bei einem ersten Laborversuch beschreibt die Funktion N mit $N(t) = 150 \cdot e^{0,25t}$ (t in Tagen) modellhaft die Entwicklung einer Population von Stechmücken innerhalb der ersten acht Tage nach Beobachtungsbeginn. $N(t)$ ist die Anzahl der Stechmücken zum Zeitpunkt t , die Beobachtung beginnt zum Zeitpunkt $t=0$.
 - 1.1 Berechnen Sie die Populationsgröße zum Zeitpunkt 6 Tage nach Beobachtungsbeginn sowie die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit der Population während der ersten sechs Tage.

(4 BE)
 - 1.2 Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Population die Anzahl von 1500 Stechmücken erreicht.

(3 BE)
 - 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Funktion N auch die Funktionsvorschrift $N(t) = 150 \cdot 1,284^t$ verwendet werden kann, und erläutern Sie den Wert 1,284 aus dem Funktionsterm im Sachzusammenhang.

(4 BE)
- 2 Bei einer zweiten Population von Stechmücken wird im Labor unter sonst gleichen Bedingungen von Beginn an ein neues Mittel eingesetzt, mit dem die Ausbreitung der Stechmücken bekämpft werden soll. Die Entwicklung der Population kann nun für geeignete Werte von $t \in \mathbb{R}$ modellhaft durch die Funktion S mit $S(t) = 160 \cdot e^{0,25t} - 10 \cdot e^{0,5t}$ (t in Tagen) beschrieben werden. $S(t)$ ist die Anzahl der Stechmücken zum Zeitpunkt t , die Beobachtung beginnt auch hier wieder zum Zeitpunkt $t=0$.
 - 2.1 Im Material sind die Graphen der Funktion S und der Funktion N aus Aufgabe 1 dargestellt. Beschriften Sie die Skalierung der Koordinatenachsen mit ganzzahligen Werten und beschreiben Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

(4 BE)
 - 2.2 Vergleichen Sie den Verlauf und das Steigungsverhalten beider Kurven im Sachzusammenhang und deuten Sie Ihr Ergebnis.

(6 BE)
 - 2.3 Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Population am größten ist, und bestimmen Sie die maximale Populationsgröße.
Hinweis: Die zweite Ableitung $S''(t) = 10 \cdot e^{0,25t} - 2,5 \cdot e^{0,5t}$ kann ohne Nachweis verwendet werden.

(6 BE)

2.4 Unter den Laborbedingungen sticht jede der Stechmücken im Durchschnitt dreimal pro Tag.

Berechnen Sie den Ausdruck $3 \cdot \int_0^7 S(t) dt$ und deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(6 BE)

3 Die Wirkung des Mittels kann durch Veränderung der Dosierung beeinflusst werden. Im mathematischen Modell wird diese Dosierung durch den zusätzlichen Parameter $k \geq 0$ in der Funktionsgleichung ausgedrückt. Die Gleichung der zugehörigen Funktionenschar S_k lautet:

$$S_k(t) = 10 \cdot e^{0,25t} \cdot (16 - e^{0,25kt}) \quad (t \text{ in Tagen})$$

$S_k(t)$ ist die Anzahl der Stechmücken zum Zeitpunkt t , die Beobachtung beginnt auch hier wieder zum Zeitpunkt $t=0$.

3.1 Die Funktionen N aus Aufgabe 1 und S aus Aufgabe 2 gehören zur Funktionenschar S_k .

Geben Sie für beide Funktionen jeweils den entsprechenden Wert für k an.

(2 BE)

3.2 Der Dosierungsparameter k soll einerseits aus Umweltschutzgründen niedrig gehalten werden, wobei Parameterwerte $k < 1,5$ noch als unbedenklich gelten. Andererseits soll k aber so groß gewählt werden, dass die Mückenpopulation in der obigen Laborsituation bei sonst gleichbleibenden Bedingungen nach spätestens 8 Tagen ausgestorben ist.

Prüfen Sie, ob es einen Wert für k gibt, der diesen Vorgaben entspricht.

(5 BE)

Material

Graphen der Funktionen N und S

