

Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 180 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Analysis**Aufgaben**

Die kanadische Wasserpest ist eine krautartige Wasserpflanze, die auch in hessischen Seen weit verbreitet ist.

- 1 Die Wachstumsgeschwindigkeit einer solchen Pflanze (in cm/Tag) soll näherungsweise durch die Funktion w mit $w(t) = \frac{1}{1350} t \cdot (t-45)^2 = \frac{1}{1350} t^3 - \frac{1}{15} t^2 + \frac{3}{2} t$ für $0 \leq t \leq 45$ beschrieben werden, wobei t die Zeit in Tagen nach Beobachtungsbeginn angibt.

- 1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion w sowie die Extrem- und Wendepunkte des Graphen von w ohne Beachtung der Einschränkung des Definitionsbereichs. **(11 BE)**

- 1.2 Zeichnen Sie den Graphen von w im Intervall $[0;45]$ in ein geeignetes Koordinatensystem. **(4 BE)**

- 1.3 Erläutern Sie die Bedeutung der Nullstellen und der Wendestelle von w im Sachzusammenhang. **(4 BE)**

- 1.4 Zeigen Sie unter Angabe einer Stammfunktion von w , dass $\frac{1}{45-15} \int_{15}^{45} w(t) dt = w(30)$ gilt, und erläutern Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang. **(7 BE)**

- 2 Alternativ kann die Wachstumsgeschwindigkeit einer solchen Pflanze (in cm/Tag) durch eine Exponentialfunktion v mit $v(t) = a \cdot t \cdot e^{-bt}$ ($a, b > 0$) für $0 \leq t \leq 45$ beschrieben werden, wobei t die Zeit in Tagen nach Beobachtungsbeginn angibt.

- 2.1 Erläutern Sie die Bedeutung der Zeilen (I) und (II) im unten stehenden Kasten für das Wachstumsverhalten der Pflanze.

$v(t) = a \cdot t \cdot e^{-bt} \quad (a, b > 0)$
(I) $v(15) = 10$
(II) $v'(15) = 0$ und $v''(15) < 0$

(4 BE)

- 2.2 Bestätigen Sie rechnerisch, dass die Gleichungen $v(15) = 10$ und $v'(15) = 0$ durch die Wahl der Parameter $a = \frac{2e}{3}$ und $b = \frac{1}{15}$ erfüllt werden.

(6 BE)

- 3 Im Folgenden soll für die Funktion v aus Aufgabe 2 gelten: $a = \frac{2e}{3}$ und $b = \frac{1}{15}$

Ein Biologe beobachtet, dass ein Spross der Pflanze, der zum Zeitpunkt $t = 0$ zu wachsen beginnt, nach 45 Tagen eine Länge von 2,5 m erreicht. Bestimmen Sie für beide Funktionen w und v jeweils, welche Länge sich nach 45 Tagen ergibt.

Beurteilen Sie, ob die Funktionen w und v hinsichtlich der Beobachtung des Biologen das Wachstum der Pflanze korrekt beschreiben.

(4 BE)