

I. Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014

Q3 Stochastik

Erwartungswert, Varianz, Bernoulli-Experimente, bedingte Wahrscheinlichkeit, Hypothesentest

II. Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.

Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
1.1	X: Anzahl der Brote mit Abweichung vom Sollgewicht. X ist binomialverteilt mit $n = 50$ und $p = 0,02$. $E(X) = 50 \cdot 0,02 = 1$ Es gibt zwei mögliche Versuchsausgänge (Abweichung oder keine Abweichung vom Sollgewicht), deren Wahrscheinlichkeiten von Stufe zu Stufe gleich bleiben. Also kann die Prüfung der Brote auf Abweichung vom Sollgewicht als Bernoullikette aufgefasst werden.	1			
		2			3
1.2	$P(A) = P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - F(50; 0,02; 4) = 1 - 0,9968 = 0,0032$ Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 4 Brote eine Abweichung vom Sollgewicht aufweisen, beträgt 0,32 %. Formuliert man B um, erhält man das Ereignis B^* : B^* : Bei höchstens 3 Broten tritt eine Abweichung vom Sollgewicht auf. $P(B) = P(B^*) = P(X \leq 3) = F(50; 0,02; 3) = 0,9822$ Die Wahrscheinlichkeit, dass bei mindestens 47 Broten keine Abweichung vom Sollgewicht auftritt, beträgt 98,22 %.	2			
		1	2		5
2	neue Maschine: $E(Y) = 497 \cdot 0,001 + 498 \cdot 0 + 499 \cdot 0,01 + 500 \cdot 0,98$ $+ 501 \cdot 0,005 + 502 \cdot 0,004 + 503 \cdot 0 = 500$ $V(Y) = 0,001 \cdot (497 - 500)^2 + 0,01 \cdot (499 - 500)^2$ $+ 0,005 \cdot (501 - 500)^2 + 0,004 \cdot (502 - 500)^2 = 0,04$ $\sigma = \sqrt{V(Y)} = 0,2$ Sowohl die alte als auch die neue Maschine haben einen Erwartungswert von 500. Die neue Maschine streut aber etwas weniger um diesen Erwartungswert, der ja auch der Sollwert ist, sodass eine Anschaffung in diesem Sinne eine geringe Verbesserung bringen würde.	3	2		
			1	1	7

Aufg.	erwartete Leistungen	BE																			
		I	II	III	Σ																
3.1	<p>F: Verpackung ist fehlerhaft S: Brot wird aussortiert</p> <p>alternativ: Vierfeldertafel</p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td>S</td> <td>S̄</td> <td></td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>0,0194</td> <td>0,0006</td> <td>0,02</td> </tr> <tr> <td>F̄</td> <td>0,0392</td> <td>0,9408</td> <td>0,98</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,0586</td> <td>0,9414</td> <td>1</td> </tr> </table>		S	S̄		F	0,0194	0,0006	0,02	F̄	0,0392	0,9408	0,98		0,0586	0,9414	1		3	1	4
	S	S̄																			
F	0,0194	0,0006	0,02																		
F̄	0,0392	0,9408	0,98																		
	0,0586	0,9414	1																		
3.2	$P_S(F) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{0,02 \cdot 0,97}{0,02 \cdot 0,97 + 0,98 \cdot 0,04} = \frac{0,0194}{0,0586} \approx 33,11\%$		3	1	4																
3.3	<p>Z: Anzahl der fehlerhaft verpackten Brote; n = 100 Hypothesen: H₀: p ≤ 0,02 (nicht mehr als 2% der Verpackungen sind fehlerhaft) H₁: p > 0,02 (mehr als 2% der Verpackungen sind fehlerhaft) rechtsseitiger Test Berechnung des Verwerfungsbereichs K: P_{H₀}(H₀ wird verworfen) = P(Z ≥ k) = 1 - P(Z ≤ k - 1) ≤ 5% ⇔ F(100;0,02;k - 1) ≥ 0,95 Taschenrechner oder Tabelle liefern F(100;0,02;4) = 0,9492 und F(100;0,02;5) = 0,9845. Daraus folgt k - 1 = 5 und damit k = 6. Also ist K = {6; ...; 100}.</p> <p>Da vier fehlerhafte Verpackungen vorliegen, wird die Nullhypothese nicht verworfen. Die Entscheidung ist also gerechtfertigt.</p>		4	1	2	7															
Summe		9	15	6	30																

III. Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt gemäß den Bestimmungen in der OAVO in der jeweils geltenden Fassung, insbesondere §33 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9a und ggf. 9b bis 9f, sowie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA). Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte nach §9 Abs. 12 der OAVO gelten die Werte in der Anlage 9a der OAVO. Darüber hinaus sind die Vorgaben des Erlasses „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014 zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.