Nicht für den Prüfling bestimmt

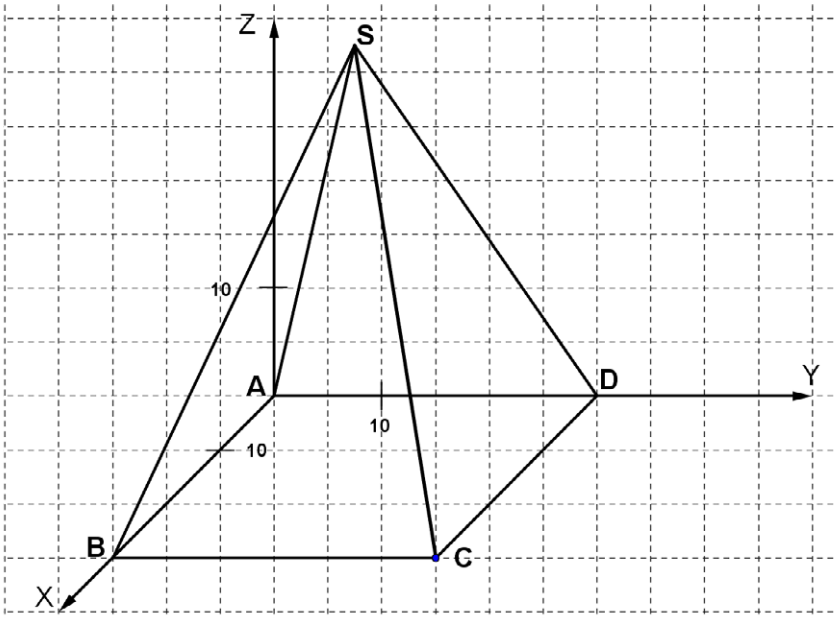
I. Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014

Q2 Lineare Algebra / Analytische Geometrie
Punkte im Raum, Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen, Winkelberechnung, Abstandsbestimmung

II. Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.
Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
1	 A (0|0|0), B(30|0|0), C(30|30|0) und D(0|30|0)	5			5

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
2	Mit den Vektoren $\overrightarrow{DS} = \vec{s} - \vec{d}$ und $\overrightarrow{DC} = \vec{c} - \vec{d}$ als Richtungsvektoren ergibt sich als mögliche Parametergleichung $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -15 \\ 40 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Die Bedingung $\vec{n} \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ -15 \\ 40 \end{pmatrix} = 0 \wedge \vec{n} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ ergibt ein Gleichungssystem; dessen Lösung ist ein möglicher Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$. Mit $\vec{n} \cdot \vec{s} = 240$ erhält man die Koordinatengleichung E: $8y + 3z = 240$.	2 2	1		5
3	Der Neigungswinkel entspricht dem Winkel zwischen einem Normalenvektor der x-y-Ebene und einem Normalenvektor einer Pyramidenseite. Mit $\cos(\alpha) = \frac{\left\|\vec{n}_{xy} \cdot \vec{n}\right\|}{\left\|\vec{n}_{xy}\right\| \cdot \left\|\vec{n}\right\|}$ und $\vec{n}_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ sowie $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ folgt $\cos(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{73}} \approx 0{,}3511$ und damit $\alpha \approx 69{,}44°$. Da $\alpha > 60°$ ist, ist eine Sicherung notwendig. *Hinweis: Die elementargeometrische Lösung über tan (α) ist ebenfalls zu akzeptieren.*		4		4
4	Der Schattenwurf der Pyramidenspitze kann durch folgende Geradengleichung beschrieben werden: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 40 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$. Punktprobe mit T(24,75 | 34,5 | 1) liefert t = 9,75. Damit fällt der Schatten der Pyramidenspitze genau in das Auge der Touristin.		4		4
5	Schattenwurf der Pyramidenspitze zur Mittagszeit: $g_M: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 40 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -20 \end{pmatrix}$ Durch Einsetzen in die Ebenengleichung der x-y-Ebene mit z = 0 erhält man die Gleichung 40 – 20t = 0. Auflösen nach t ergibt t = 2; für den Schattenpunkt S' der Pyramidenspitze ergibt sich damit $S'(19 \| 17 \| 0)$. Wegen $0 < 19 < 30$ und $0 < 17 < 30$ liegt der (theoretische) Schattenpunkt S' innerhalb der quadratischen Grundfläche der Pyramide und die Pyramide kann daher keinen Schatten spenden. *Alternative Vorgehensweisen, wie der Vergleich von Neigungswinkeln der Sonnenstrahlen und der Pyramidenflächen, sind ebenfalls zu akzeptieren.*		3	3	6

Aufg.	**erwartete Leistungen**	**BE**			
		I	**II**	**III**	**Σ**
6	M(15|15|0) ist der Mittelpunkt der quadratischen Grundfläche. Nach den Vorgaben der Aufgabenstellung muss die Bohrung entlang folgender Geraden verlaufen: $g_B: \vec{x} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ Der Schnittpunkt B der Geraden g_B mit der Ebene E aus Aufgabe 2 liefert den Startpunkt der Bohrung. Einsetzen der Koordinaten in die Ebenengleichung liefert $8(15+8k)+9k=240$ und somit $k=\frac{120}{73}$. Damit muss die Bohrung etwa im Punkt P(15 | 28,15 | 4,93) beginnen.		2	2	
	Der Länge $\overline{MP}$ beträgt $\left\|\overline{MP}\right\| = \left\|\begin{pmatrix} 0 \\ 13{,}15 \\ 4{,}93 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{13{,}15^2 + 4{,}93^2} \approx 14{,}04$ (m). Der Bohrkanal ist also ca. 14 m lang.		1	1	6
	Summe	**9**	**15**	**6**	**30**

III. Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt gemäß den Bestimmungen in der OAVO in der jeweils geltenden Fassung, insbesondere § 33 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9a und ggf. 9b bis 9f, sowie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA). Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte nach § 9 Abs. 12 der OAVO gelten die Werte in der Anlage 9a der OAVO. Darüber hinaus sind die Vorgaben des Erlasses „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014 zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.