Nicht für den Prüfling bestimmt

I. Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014

Q2 Lineare Algebra / Analytische Geometrie
Flächenberechnungen, Schnittpunkt von Geraden, Ebenen in Parameter- und Koordinatenform, Abstand Punkt - Ebene, Orthogonalität, Winkel zwischen Ebenen

II. Lösungshinweise und Bewertungsraster

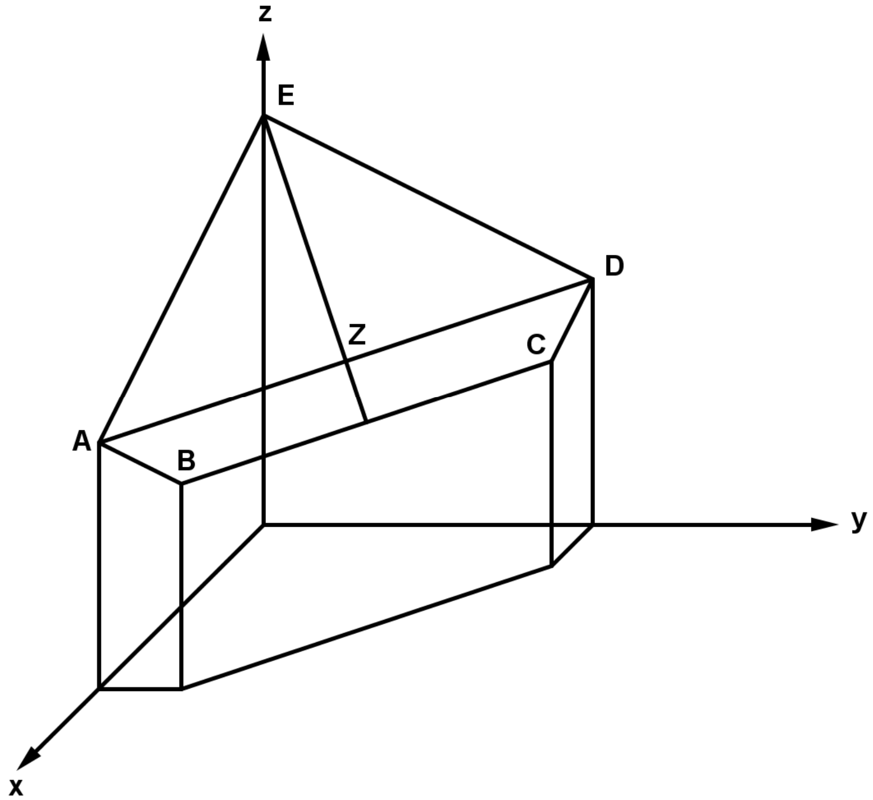
In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.
Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben. Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
1.1	Da $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, liegt der Punkt A auf derselben Höhe wie der Punkt D(0|4|3). Folglich muss die z-Koordinate von A gleich 3 sein. Da A in der x-z- und D in der y-z-Ebene liegt, müssen aus Symmetriegründen die x- und y-Werte der Punkte vertauscht sein. Somit ergibt sich der Punkt A zu A(4|0|3). *Alternative*: *Da* $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$ *und* $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, *kann die Gerade g durch D und A wie folgt aufgestellt werden:* $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$. *A ist der Schnittpunkt von g und der x-z-Ebene:* $4 + 3 \cdot r = 0 \Leftrightarrow r = -\frac{4}{3}$; *durch Einsetzen in g ergibt sich* $A(4\|0\|3)$.	1	2		3

Nicht für den Prüfling bestimmt

Aufg.	erwartete Leistungen	BE I	BE II	BE III	BE Σ
1.2	Die mögliche Parametergleichung $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}4\\1\\-2{,}5\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}0\\4\\-2\end{pmatrix}$ führt mit dem Ansatz $\vec{n} \cdot \begin{pmatrix}4\\1\\-2{,}5\end{pmatrix} = 0$ und $\vec{n} \cdot \begin{pmatrix}0\\4\\-2\end{pmatrix} = 0$ z. B. zum Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$; mit $\vec{n} \cdot \overrightarrow{OE} = 10$ ergibt sich die Koordinatengleichung E_1: x + y + 2z = 10.	2	3		5
1.3	Der Neigungswinkel entspricht dem Winkel zwischen den Normalenvektoren der x-y-Ebene und der Dachebene. Mit $\cos(\alpha) = \frac{\lvert \vec{n}_{xy} \cdot \vec{n}_1 \rvert}{\lvert \vec{n}_{xy} \rvert \cdot \lvert \vec{n}_1 \rvert}$ und $\vec{n}_{xy} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ sowie $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ folgt $\alpha = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right) \approx 35{,}26°$. Folglich ist die geforderte Bedingung erfüllt.		3		3
2	Der gesuchte Abstand ist gleich dem Abstand eines beliebigen Punktes der Dachfläche ABCDE zur Ebene E_2, weil $E_1 \parallel E_2$.			1	
	Aufstellen der Lotgeraden h (senkrecht zu E_2) z. B. durch E(0|0|5) und Bestimmung des Ortsvektors des Lotfußpunkts L: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$.		1		
	Durch Einsetzen in E_2: x + y + 2z = 10,2 erhält man $r = \frac{1}{30}$ und somit		2		
	$\overrightarrow{OL} = \begin{pmatrix}0\\0\\5\end{pmatrix} + \frac{1}{30} \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1}{30}\\\frac{1}{30}\\\frac{76}{15}\end{pmatrix}$.	1			
	Der Abstand des Dreieckssegels von der Dachfläche ergibt sich aus dem Betrag des Vektors $\overrightarrow{LE} = \begin{pmatrix}-\frac{1}{30}\\-\frac{1}{30}\\-\frac{1}{15}\end{pmatrix}$. Dieser beträgt $\frac{\sqrt{6}}{30}$ m ≈ 0,082 m ≈ 8 cm.	1			6

Nicht für den Prüfling bestimmt

Aufg.	erwartete Leistungen	BE I	BE II	BE III	BE Σ
3.1	Aufstellen der Geraden durch die Streben $\overline{AD}$ und $\overline{EM}$: $g_{\overline{AD}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw. $g_{\overline{EM}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ -2{,}5 \end{pmatrix}$. Punktprobe für $Z(2\|2\|3)$ liefert $r = -\frac{1}{2}$ und $s = \frac{4}{5}$. Folglich ist Z der Schnittpunkt der beiden Streben.	2	2		
	Zeichnung:  	1			5

Aufg.	**erwartete Leistungen**	**BE I**	**BE II**	**BE III**	**BE Σ**
3.2	1. Die Vektoren $\overrightarrow{EM}$ und $\overrightarrow{AD}$ werden angegeben; diese Vektoren weisen in die Richtungen der beiden Streben. 2. Das Skalarprodukt aus den Vektoren ergibt null, folglich stehen die beiden Streben senkrecht aufeinander. 3. Der Vektor $\overline{ZE}$ wird bestimmt.	1	1		
	4. Der Flächeninhalt des dreieckigen Dachteils ADE wird berechnet mit $\overline{AD}$ als Grundseite und $\overline{ZE}$ als Höhe. Der Inhalt beträgt ca. 9,8 m².			2	
	Bestimmung des Inhalts der restlichen Dachfläche: Es liegt ein Trapez mit den beiden parallelen Seiten $\overline{BC}$ und $\overline{AD}$ sowie der Höhe h = $\overline{ZM}$ vor. Mit $\left\lvert\overline{BC}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{18}$ und $\left\lvert\overline{AD}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}-4\\4\\0\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{32}$ sowie $\left\lvert\overline{ZM}\right\rvert = \left\lvert\begin{pmatrix}0,5\\0,5\\-0,5\end{pmatrix}\right\rvert = \sqrt{0,75}$ folgt: $A_{Trapez} = \sqrt{0,75}\cdot\frac{\sqrt{18}+\sqrt{32}}{2} \approx 4,29\ \text{m}^2$ Der insgesamt benötigte Materialverbrauch beträgt ca. $9,8\ \text{m}^2 + 4,29\ \text{m}^2 = 14,09\ \text{m}^2$.		1	3	8
	Summe	**9**	**15**	**6**	**30**

III. Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt gemäß den Bestimmungen in der OAVO in der jeweils geltenden Fassung, insbesondere § 33 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9a und ggf. 9b bis 9f, sowie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA). Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte nach § 9 Abs. 12 der OAVO gelten die Werte in der Anlage 9a der OAVO. Darüber hinaus sind die Vorgaben des Erlasses „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016" vom 20. Juni 2014 zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.