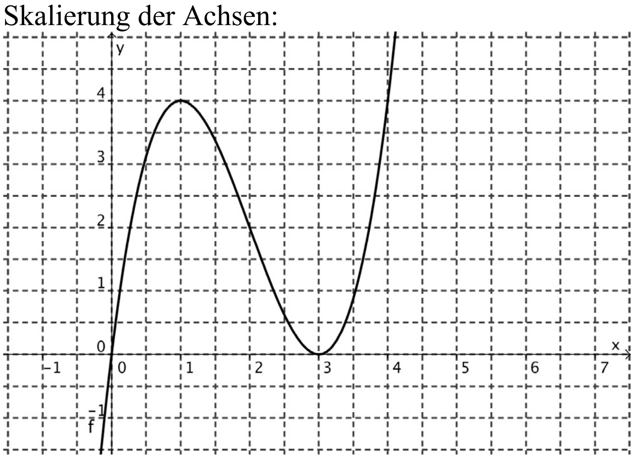
I. Erläuterungen

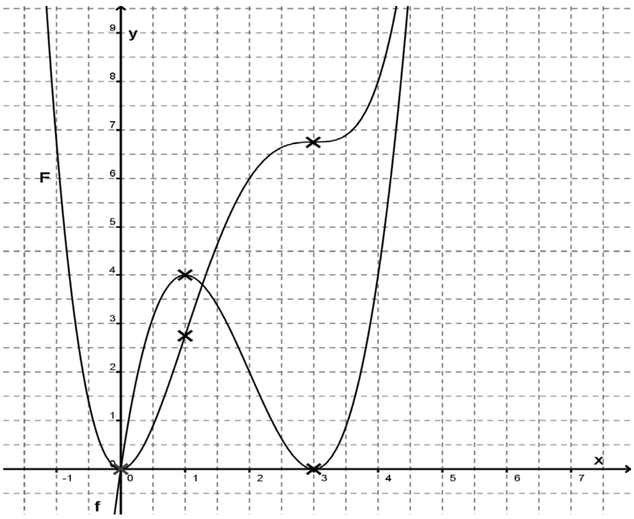
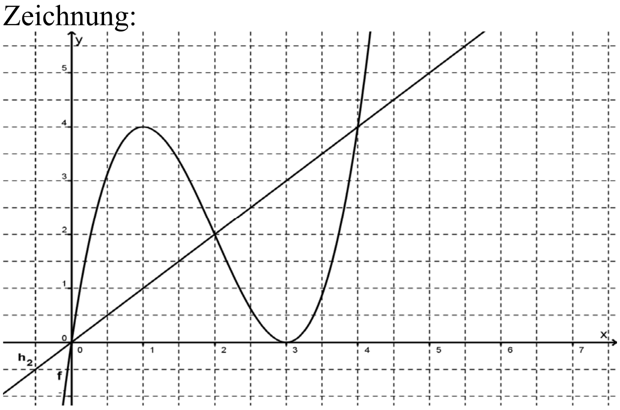
Voraussetzungen gemäß Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014

Q1 Analysis II
Untersuchung ganzrationaler Funktionen, Integralrechnung, Extremwertproblem

II. Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.
Bei den Ergebnissen numerischer Rechnungen ist zu berücksichtigen, dass die angegebenen Ergebnisse gerundete Werte darstellen. Geringe Abweichungen von den in den Lösungshinweisen angegebenen Werten sind daher zu akzeptieren. Zwischen- und Endergebnisse sind sinnvoll gerundet angegeben.
Für weitere Rechnungen mit diesen Zwischenergebnissen werden – soweit möglich – nicht die gerundeten, sondern die im Taschenrechner gespeicherten Werte verwendet.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE			
		I	II	III	Σ
1.1	Ableitungen: $f'(x)=3x^2-12x+9$; $f''(x)=6x-12$; $f'''(x)=6$	2			
	notw. Bed. für Extrempunkte: $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0$				
	$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow x_{1,2}=2\pm\sqrt{4-3}$				
	$x_1=3;\quad x_2=1$				
	hinr. Bed. für Extrempunkte: $f'(x)=0 \wedge f''(x)\neq 0$				
	$f''(3)=6>0$ und $f''(1)=-6<0$				
	$f(3)=0$; $T\,(3\mid 0)$; $f(1)=4$; $H\,(1\mid 4)$	1	1		
	notw. Bed. für Wendepunkte: $f''(x)=0 \Leftrightarrow 6x-12=0 \Leftrightarrow x=2$				
	hinr. Bed. für Wendepunkte: $f''(x)=0 \wedge f'''(x)\neq 0$				
	$f'''(2)=6\neq 0$; $f(2)=2$; $W(2\mid 2)$	1	1		
	Skalierung der Achsen:				
		1			7

Aufg.	erwartete Leistungen	BE I	BE II	BE III	BE Σ
1.2	$m = -\frac{4}{2} = -2;\ 0 = -2 \cdot 3 + n \Leftrightarrow n = 6$ also g(x) = –2x + 6 g(2) = 2, somit liegt W(2|2) auf der Geraden g.	2	2		4
2	Skizze:  *Der Graph von F kann in y-Richtung verschoben sein.* Begründung des Verlaufs des Graphen von F: An der Stelle x = 0 hat der Graph von f eine Nullstelle und wechselt das Vorzeichen von negativ zu positiv. Also muss der Graph von F hier einen Tiefpunkt besitzen. In (1|4) hat der Graph von f einen Hochpunkt, also hat der Graph von F hier einen Wendepunkt. An der Stelle x = 3 hat der Graph von f eine Nullstelle, gleichzeitig liegt im Punkt (3|0) ein Tiefpunkt vor, f wechselt das Vorzeichen hier also nicht. Demnach hat der Graph von F hier einen Wendepunkt mit waagerechter Tangente (Sattelpunkt).		3 1	2 3	9
3.1	$h_a(x) = \frac{a^3 - 6a^2 + 9a}{a} \cdot x = (a^2 - 6a + 9) \cdot x$ ist eine Schar linearer Funktionen mit $m_a = a^2 - 6a + 9$; für a = 2 gilt: $h_2(x) = x$ Zeichnung: 	1	3	1	5

Aufg.	**erwartete Leistungen**	**BE**			
		I	**II**	**III**	**Σ**
3.2	$h_2 \cap f: \quad x = x^3 - 6x^2 + 9x \Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 6x + 8) = 0$				
	1. Fall: $x_1 = 0$		1		
	2. Fall: $x^2 - 6x + 8 = 0 \quad \Leftrightarrow x_{2,3} = 3 \pm \sqrt{9-8} \quad \Rightarrow x_2 = 2$ und $x_3 = 4$	2			
	$\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x)dx = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_0^2 = \frac{2^4}{4} - 2 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 = 4$.	2			
	Aus Symmetriegründen gilt für den Flächeninhalt: A = 8.		2		7
4	Es sei B(u) der Flächeninhalt des Dreiecks OQP.				
	$B(u) = \frac{1}{2} \cdot u \cdot f(u) = \frac{1}{2}u^4 - 3 \cdot u^3 + \frac{9}{2}u^2$		1	1	
	$B'(u) = 2u^3 - 9u^2 + 9u$ und $B''(u) = 6u^2 - 18u + 9$		1		
	Aus der notw. Bed. $B'(u) = 0$ folgt: $u_1 = 0$, $u_2 = 1{,}5$ und $u_3 = 3$.				
	Hinr. Bed.: $B'(u) = 0 \wedge B''(u) \neq 0$				
	$B''(0) = B''(3) = 9 > 0;\ B''(1{,}5) = -4{,}5 < 0$				
	Somit gilt: B(u) hat einen Hochpunkt an der Stelle $u_2 = 1{,}5$ und zwei Tiefpunkte an den Stellen $u_1 = 0$ und $u_3 = 3$.		2		
	B(0) = 0 und B(3) = 0, d. h., die Dreiecksfläche entartet zum Punkt bzw. zur Strecke.		1	1	
	Der maximale Flächeninhalt beträgt $B(1{,}5) \approx 2{,}53$.		1		8
	Summe	**12**	**20**	**8**	**40**

III. Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt gemäß den Bestimmungen in der OAVO in der jeweils geltenden Fassung, insbesondere §33 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9a und ggf. 9b bis 9f, sowie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA). Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte nach §9 Abs. 12 der OAVO gelten die Werte in der Anlage 9a der OAVO. Darüber hinaus sind die Vorgaben des Erlasses „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2016“ vom 20. Juni 2014 zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.