Nicht für den Prüfling bestimmt

I. Erläuterungen

Voraussetzungen gemäß Lehrplan und Erlass „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2015“ vom 27. Juni 2013

Q1 Analysis II
Untersuchung komplexerer Funktionen, dazu Anwendung der Produkt- und Kettenregel, Entwicklung der Grundvorstellung des Integralbegriffs als verallgemeinerte Summation in Anwendungszusammenhängen, Begriff der Stammfunktion

II. Lösungshinweise und Bewertungsraster

In den nachfolgenden Lösungshinweisen sind alle wesentlichen Gesichtspunkte, die bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben zu berücksichtigen sind, konkret genannt und diejenigen Lösungswege aufgezeigt, welche die Prüflinge erfahrungsgemäß einschlagen werden. Selbstverständlich sind jedoch Lösungswege, die von den vorgegebenen abweichen, aber als gleichwertig betrachtet werden können, ebenso zu akzeptieren.

Aufg.	erwartete Leistungen	BE I	BE II	BE III	BE Σ
1	$k''(t) = -2{,}5 \cdot e^{-0{,}1t} + (20 - 2{,}5t) \cdot (-0{,}1) \cdot e^{-0{,}1t}$	1	2		
	Extrempunkte: notwendige Bedingung: $k'(t) = 0$ $k'(t) = (20 - 2{,}5t) \cdot e^{-0{,}1t} = 0 \Leftrightarrow 20 - 2{,}5t = 0 \Leftrightarrow t = 8$, da $e^{-0{,}1t} > 0$ hinreichende Bedingung: $k'(t) = 0$ und $k''(t) \neq 0$ $k''(8) = -2{,}5 \cdot e^{-0{,}1 \cdot 8} < 0 \Rightarrow$ Maximum Mit $k(8) \approx 112$ folgt: HP(8|112)	3	1		
	Wendepunkte: notwendige Bedingung: $k''(t) = 0$ $k''(t) = (-4{,}5 + 0{,}25t) \cdot e^{-0{,}1t} = 0 \Leftrightarrow -4{,}5 + 0{,}25t = 0 \Leftrightarrow t = 18$, da $e^{-0{,}1t} > 0$ hinreichende Bedingung: $k''(t) = 0$ und VZW bei $k''(t)$ Mit $k''(17) \approx -0{,}05 < 0$, $k''(19) \approx 0{,}04 > 0$ und $k(18) \approx 83$ folgt: WP(18|83)	3	3		
	Grenzverhalten für $t \to +\infty$: Da sich bei dem Funktionsterm $(50 + 25t) \cdot e^{-0{,}1t} = \frac{50 + 25t}{e^{0{,}1t}}$ der Nenner schneller ∞ nähert als der Zähler, ist der Grenzwert 0. *Bei Angabe des Grenzwertes ohne Begründung kann nur 1 von 3 BE vergeben werden.*		2	1	16
2	Die Populationsgröße liegt zu Anfang bei 50.000 und nimmt bis zum Hochpunkt zu. Dort erreicht sie den höchsten Wert. Ab diesem Zeitpunkt wird die Anzahl der Käfer wieder geringer. Die Wachstumsgeschwindigkeit der Population ist anfangs positiv, sinkt aber im Laufe der Jahre. Nach dem Hochpunkt ist sie dann negativ. Im Wendepunkt ist die kleinste Wachstumsgeschwindigkeit erreicht, danach wird sie wieder größer. Sie wird jedoch nicht mehr positiv, sodass die Population langsam ausstirbt (der Grenzwert ist null).	2	4	2	8

<table>
<tr><th rowspan="2">Aufg.</th><th rowspan="2">erwartete Leistungen</th><th colspan="4">BE</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th><th>Σ</th></tr>
<tr><td>3</td><td>Es gilt:
$K'(t) = -250 \cdot e^{-0,1t} + (-250t - 3000) \cdot (-0,1) \cdot e^{-0,1t} = (25t + 50) \cdot e^{-0,1t} = k(t)$
Daher ist K eine Stammfunktion von k.
$\frac{1000}{30} \cdot \int_{20}^{50} k(t)\,dt = \frac{1000}{30} \cdot (K(50) - K(20)) \approx 32.600$
Der Wert von $\frac{1000}{30} \cdot \int_{20}^{50} k(t)\,dt \approx 32.600$ gibt die durchschnittliche Anzahl der Käfer in dem Zeitraum vom Jahr 20 bis zum Jahr 50 nach dem Anfangs-zeitpunkt an.</td><td>1
1</td><td>2
1
1</td><td>2</td><td>8</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Momentane Wachstumsgeschwindigkeit bei t = 55:
$k'(55) = (20 - 2,5 \cdot 55) \cdot e^{-0,1 \cdot 55} \approx -0,48$
Da ein lineares Wachstum angenommen wird, beschreibt die Tangente h an den Graphen von k an der Stelle t = 55 den weiteren Verlauf. Ansatz für h(t): $h(t) = k'(55) \cdot t + b$ mit zu bestimmendem b durch h(55) = k(55);
$h(55) = k(55) \approx 5,82 = -0,48 \cdot 55 + b \Rightarrow b \approx 32,2 \Rightarrow h(t) = -0,48t + 32,2$
Voraussichtlicher Zeitpunkt des Aussterbens:
Bedingung: h(t) = 0 $\Leftrightarrow t \approx 67$
Nach 67 Jahren ist die Käferpopulation voraussichtlich ausgestorben.</td><td>1</td><td>1
3</td><td>1
2</td><td>8</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Summe</td><td>12</td><td>20</td><td>8</td><td>40</td></tr>
</table>

III. Bewertung und Beurteilung

Die Bewertung und Beurteilung erfolgt gemäß den Bestimmungen in der OAVO in der jeweils geltenden Fassung, insbesondere § 33 OAVO in Verbindung mit den Anlagen 9a und ggf. 9b bis 9f, sowie in den Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung (EPA). Für die Umrechnung von Prozentanteilen der erbrachten Leistungen in Notenpunkte nach § 9 Abs. 12 der OAVO gelten die Werte in der Anlage 9a der OAVO. Darüber hinaus sind die Vorgaben des Erlasses „Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Landesabitur 2015" vom 27. Juni 2013 zu beachten.

Im Fach Mathematik besteht die Prüfungsleistung aus der Bearbeitung je eines Vorschlags aus den Aufgabengruppen A und B sowie des Pflichtvorschlags C, wofür insgesamt maximal 100 BE vergeben werden können. Ein Prüfungsergebnis von **5 Punkten (ausreichend)** setzt voraus, dass insgesamt 46% der zu vergebenden BE erreicht werden. Ein Prüfungsergebnis von **11 Punkten (gut)** setzt voraus, dass insgesamt 76% der zu vergebenden BE erreicht werden.