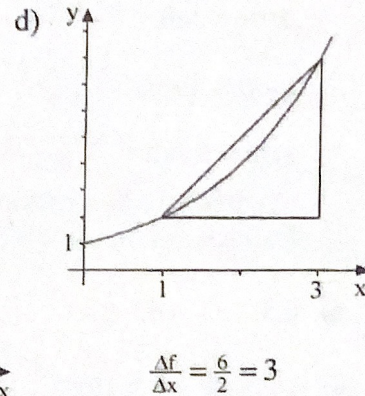
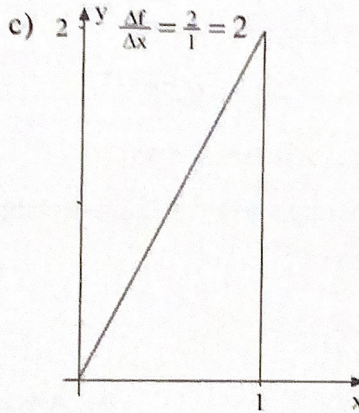
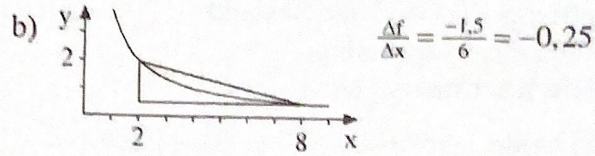
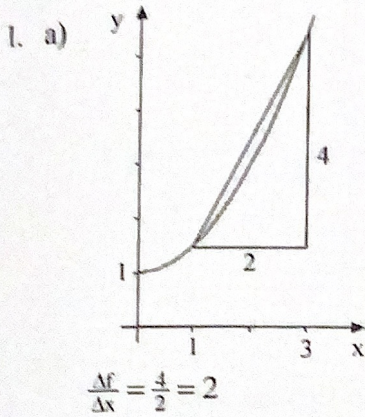


2. Die mittlere Steigung einer Funktion

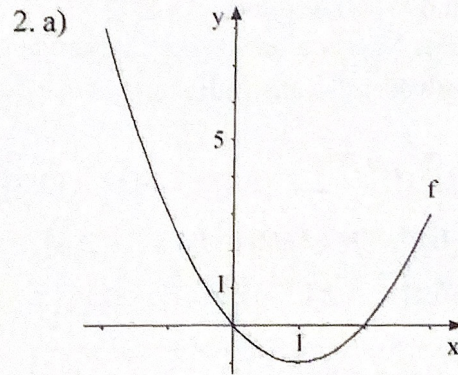


2. b)  $[-2; 0]: \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{0-8}{0-(-2)} = -4$

$[0; 3]: \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{3-0}{3-0} = 1$

c)  $[-1; 3]: \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{3-3}{3-(-1)} = 0$

Die Funktion ändert sich zwar im Intervall  $[-1; 3]$ , aber sie hat am Intervallende den gleichen Wert wie am Intervallanfang. Die mittlere Steigung ist daher 0.



3. Zeitraum: mittlere Wachstumsrate  $\frac{\Delta f}{\Delta t}$  in Mio Personen / Jahr

1870 - 1890:  $\frac{10}{20} = 0,50$  Mio / Jahr

1890 - 1920:  $\frac{35}{30} \approx 1,17$  "

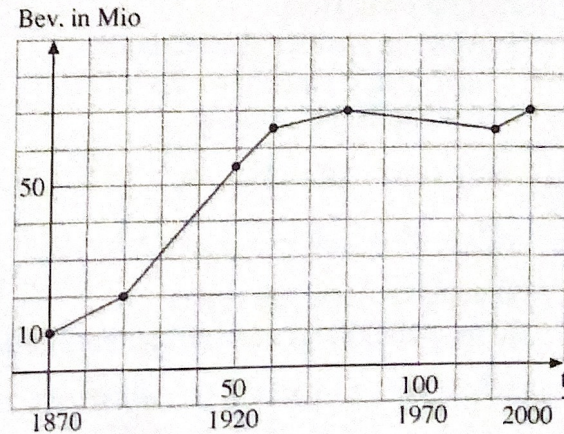
1920 - 1930:  $\frac{10}{10} = 1,00$  "

1930 - 1950:  $\frac{5}{20} = 0,25$  "

1950 - 1990:  $-\frac{5}{40} = -0,125$  "

1990 - 2000:  $\frac{5}{10} = 0,5$  "

2000 - 2015:  $\frac{11}{15} \approx 0,73$  "



76

77

79

80

4. a) Im Intervall  $[0;10]$  steigt der Graph nahezu linear an.

Langfristig wird sich der Bestand auf 800 Echsen einstellen.

- b) mittlere Wachstumsrate:

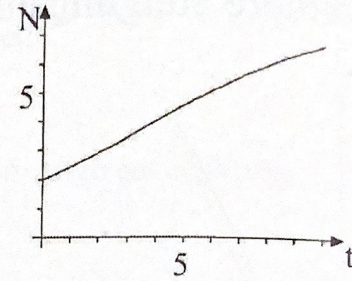
ersten beide Jahre:  $\frac{N(2)-N(0)}{2-0} \approx \frac{2,94-2}{2} = 0,47$

drittes Jahr:  $\frac{N(3)-N(2)}{3-2} \approx \frac{3,47-2,94}{1} = 0,53$

viertes Jahr:  $\frac{N(4)-N(3)}{4-3} \approx \frac{4,02-3,47}{1} = 0,55$

zehntes Jahr:  $\frac{N(10)-N(9)}{10-9} \approx \frac{6,74-6,41}{1} = 0,33$

Die mittlere Wachstumsrate steigt bis zum 4. Jahr auf ca. 55 Echsen/Jahr an. Danach nimmt sie wieder ab.



5. a) 0,5      b) 6,5      c) -2

6. a)  $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a+2$

b) Ansatz:  $\frac{\Delta f}{\Delta x} = 6$ ,  $a+2=6$ ,  $a=4$

7. a)  $0,6 = 1500t^2$  gilt für  $t = 0,02$   
Der Vorgang dauert 0,02 Sekunden.

b) mittlere Geschwindigkeit:  $m = \frac{s(0,02)-s(0)}{0,02-0} = \frac{0,6-0}{0,02} = 30 \frac{m}{s}$

8. a)  $[\frac{1}{2};1]$ : -2,  $[1;2]$ : -0,5,  $[2;3]$ : -0,17

b)  $[0;1]$ : 1,  $[1;2]$ : 0,41,  $[2;4]$ : 0,29

c)  $[0;1]$ : 0,84,  $[1;\pi-1]$ : 0,  $[\pi-1;\pi]$ : -0,84

9. a)

t in s	0	1	2	3	4
h(t) in m	0	48	60	65,5	68,6

Zeit für 60 m Höhe:

1. Ablesen aus der Wertetabelle  
oder dem Graphen:  $t = 2$  s

2. Rechnerische Lösung:

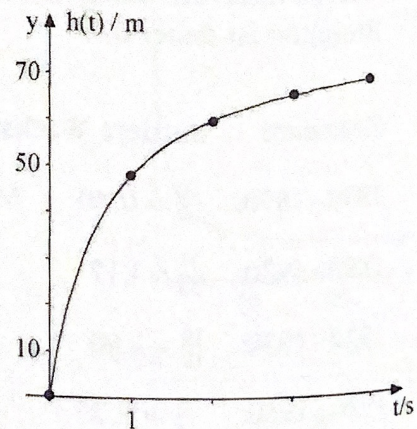
$$h(t) = 60, \quad 80 - \frac{80}{1,5t+1} = 60$$

$$\frac{80}{1,5t+1} = 20, \quad 1,5t+1 = 4, \quad t = 2$$

Maximal erreichbare Höhe:

80 m ist die (nicht ganz erreichbare) obere Grenze, da der Term

$$\frac{80}{1,5t+1} \text{ für } t \rightarrow \infty \text{ gegen null strebt.}$$



b) 1. Flugsekunde:  $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(1)-h(0)}{1-0} = 48 \frac{m}{s}$  , 4. Flugsekunde:  $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(4)-h(3)}{4-3} = 3,1 \frac{m}{s}$

Steiggeschwindigkeit auf den ersten 30 Metern:

1.  $h(t) = 30, 80 - \frac{80}{1,5t+1} = 30, \frac{80}{1,5t+1} = 50, 1,5t+1 = 1,6, t = 0,4 s$

2.  $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(0,4)-h(0)}{0,4-0} = \frac{30}{0,4} = 75 \frac{m}{s}$

10. a)  $m = \frac{f(30)-f(0)}{30-0} = \frac{37,5-60}{30} = -0,75$

b) erster Meter:  $m = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} \approx \frac{59-60}{1} = -1$  ; letzter Meter:  $m = \frac{f(30)-f(29)}{30-29} \approx \frac{37,5-38}{1} = -0,5$

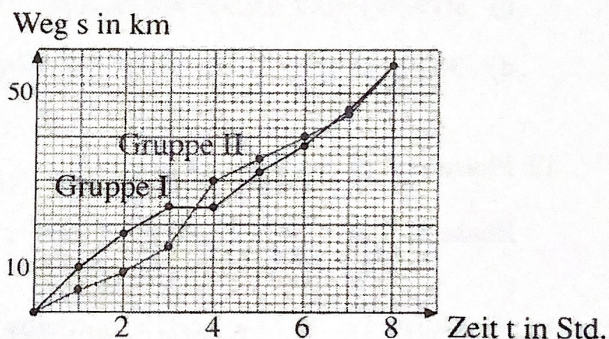
11. Die Durchschnittsgeschwindigkeit in den aufgezeichneten 4 Minuten beträgt zwar nur 75 km/h, aber es ist auch zu erkennen, dass er in der 3. Minute 1,5 km zurückgelegt hat. Das entspricht einer Durchschnittsgeschwindigkeit in dieser Minute von 90 km/h und bestätigt die Polizei.

12. b) Nach 8 Stunden haben beide Gruppen a) den gleichen Weg zurückgelegt.

Daher haben sie auch die gleiche Durchschnittsgeschwindigkeit von 7 km/h auf der Gesamtstrecke.

c) Die 2. Gruppe hat mit 15 km/h (in der 4. Stunde) die schnelleren Paddler. Die 1. Gruppe liegt mit 10 km/h (in der 1. Stunde) dahinter.

d) Gruppe I paddelt nahezu gleichmäßig und gönnt sich die 4. Stunde als Pause. Gruppe II beginnt gemächlich, gleicht dies durch einen Zwischenspur mehr als aus, um dann wieder die erste Gruppe aufschließen zu lassen.



Zeitraum	mittlere Änderungsrate in Mio / Jahr	
	Indien	USA
1950 - 1960	7,6	2,9
1960 - 1970	10,9	2,4
1970 - 1980	13,2	2,2
1980 - 1990	15,5	2,3
1990 - 2000	16,1	3,2
2000 - 2050	11,9	2,8

Die indischen Wachstumsraten sind bis zu 6-mal höher als die US-amerikanischen Raten.

14. Segment	I	II	III	IV
Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h	96	72	72	120

Lediglich im 3. Segment war der Fahrer mit 72km/h um 12km/h zu schnell.