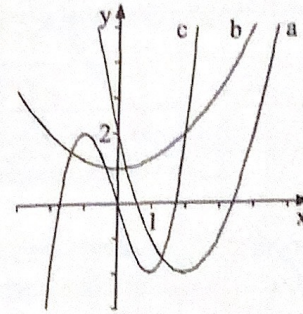


## 4. Extrempunkte

131

1. a)  $x = 2$ , Extremalstelle  
b)  $x = 0$ , Extremalstelle  
c)  $x = -1, x = 1$  Extremalstellen
2. Bei der ersten Stelle mit waagerechter Tangente handelt es sich um einen Sattelpunkt. Hier gilt  $f'(x_S) = 0$  und  $f''(x) > 0$  für die  $x$ -Werte aus einer Umgebung von  $x_S$ .  
Bei der zweiten Stelle mit waagerechter Tangente handelt es sich um ein Maximum. Hier gilt  $f'(x_S) = 0$  und  $f''(x) > 0$  für  $x < x_S$  und  $f''(x) < 0$  für  $x > x_S$  in einer Umgebung von  $x_S$ .



134

3. a)  $f'(x) = \frac{1}{2}x - 1 = 0, x = 2, f''(2) = \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow T(2|0)$   
b)  $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0, x = 0, x = 2$   
 $f''(x) = 6x - 6, f''(0) < 0 \Rightarrow H(0|0), f''(2) > 0 \Rightarrow T(2|-4)$   
c)  $f'(x) = ax^2 - a^3 = 0, x = \pm a$   
 $f''(x) = 2ax, f''(-a) < 0 \Rightarrow H(-a|\frac{2}{3}a^4), f''(a) > 0 \Rightarrow T(a|-\frac{2}{3}a^4)$   
d)  $f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}, f''(x) = \frac{6}{x^4}, f'(x) = 0 : x = 1, f''(1) > 0 \Rightarrow T(1|3)$
4. a)  $f'(x) = 1 - x^3 = 0$  gilt für  $x = 1$ .  
 $f'(0) = 1 > 0, f'(2) = -7 < 0$ , VZW von Plus nach Minus, also  $H(1|\frac{3}{4})$   
b)  $f'(x) = 2ax - 4a^2 = 0$  gilt für  $x = 2a$ .  
 $f'(a) = -2a^2 < 0, f'(3a) = 2a^2 > 0$ , VZW von Minus nach Plus, also  $T(2a|-4a^3)$   
c)  $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = 0, x = \pm 2$   
 $x = -2: f'(-3) > 0, f'(-1) < 0$ , VZW von Plus nach Minus, also  $H(-2|-4)$ .  
 $x = 2: f'(1) < 0, f'(3) > 0$ , VZW von Minus nach Plus, also  $T(2|4)$ .  
d)  $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1 = 0$  gilt für  $x = 4$ .  
 $f'(3) > 0, f'(5) < 0$ , VZW von Plus nach Minus, also  $H(4|4)$ .

135

5. a)  $f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0$  gilt für  $x = 1$  und  $x = -3$ .  
 $f''(x) = -2x - 2, f''(1) < 0, H(1|\frac{5}{3}), f''(-3) > 0, T(-3|-9)$   
b)  $f'(x) = -x^3 - 4x = 0$  gilt für  $x = 0$ .  
 $f''(x) = -3x^2 - 4, f''(0) < 0, H(0|2)$   
c)  $f'(x) = -x^2 = 0$  gilt für  $x = 0$ .  
 $f''(x) = -2x, f''(0) = 0, f'(-1) < 0, f'(1) < 0$   
kein VZW, also Sattelpunkt  $S(0|3)$   
d)  $H(-\sqrt{3}|\sqrt{3}+1), T(\sqrt{3}|1-\sqrt{3})$   
e)  $T(0|-2)$   
f)  $T(-\sqrt{5}|-4,5), H(0|-2), T(\sqrt{5}|-4,5)$

