

Aufstellen v. Funktionsgleichungen

Parabel hat eine NST bei $x=4$ und hat ein lokales Extremum in $(2|-4)$.

Randbedingungen in Gleichungen abbilden

allg. Funktionsgleichung:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

\rightarrow NST bei $x=4$:

$$\text{I: } 0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c$$

$$0 = 16a + 4b + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

\rightarrow notw. Bed. Extremum: $f'(2) = 0$

$$\text{II: } 0 = 2 \cdot a \cdot 2 + b$$

$$0 = 4a + b$$

$$\Rightarrow \text{III: } -4 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$$

$$-4 = 4a + 2b + c$$

LGS aufstellen + lösen

$$\text{I: } 16a + 4b + c = 0$$

$$\text{II: } 4a + b = 0$$

$$\text{III: } 4a + 2b + c = -4$$

$$\underline{\text{III} - \text{II} = \text{III}'}$$

$$\text{III': } 0 \quad b + c = -4$$

$$\underline{\text{II} - \frac{1}{4}\text{I} = \text{II}'}$$

$$\text{II': } 0 \quad -\frac{1}{4}c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\underline{c \text{ in III}' = \text{III}''}$$

$$\text{III'': } b + \cancel{0} = -4 \Rightarrow b = -4$$

b und c in $\text{I} = \text{I}'$

$$\text{I: } 16a + 4 \cdot (-4) + 0 = 0 \quad | +16$$

$$16a - 16 = 0 \quad | +16$$

$$16a = 16 \quad | :16$$

$$a = 1$$

Aufstellen v. Funktionsgleichungen

Matrixschreibweise

$$\text{I: } 16a + 4b + c = 0$$

$$\text{II: } 4a + b = 0$$

$$\text{III: } 4a + 2b + c = -4$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \textcircled{3} - \textcircled{2} \\ \textcircled{2} - \frac{1}{4} \textcircled{1} \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{2} \leftrightarrow \textcircled{3} \\ \rightsquigarrow \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 16 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{array}{l} -\frac{1}{4}c = 0 \Rightarrow c = 0 \\ b + 0 = -4 \Rightarrow b = -4 \\ 16a + 4 \cdot (-4) + 0 = 0 \quad | +16 \end{array}$$

$$16a - 16 = 0 \quad | +16$$

$$16a = 16 \quad | :16$$

$$a = 1$$

Funktionsgleichung angeben

$$f(x) = x^2 - 4x$$