3 **Stochastik**
Bei einer Seilbahn laufen 50 Gondeln im „Rund-um-Lauf“. 3 von den Gondeln sind gelb, 17 sind rot und der Rest der Gondeln ist blau.

Während Ihres Skiurlaubs fahren Sie genau 14-mal (7 Tage mit jeweils einer Berg- und einer Talfahrt) mit dieser Seilbahn.

B sei die Anzahl der Fahrten mit blauen Gondeln.

a) Bestimmen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Fahrten mit blauen Gondeln. Geben Sie an, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung Sie benutzen und begründen Sie Ihre Entscheidung.

b) Geben Sie einen Term für die Wahrscheinlichkeit an, dass Sie immer nur mit blauen Gondeln fahren.

c) Erläutern Sie die folgende Rechnung im Sachkontext:

$$P(B \geq 9) = \sum_{i=9}^{14} \binom{14}{i} \cdot 0{,}60^i \cdot 0{,}40^{14-i} \approx 48{,}6\,\%$$

4 **Stochastik**
In einer Urne befinden sich 10 unterschiedlich gefärbte Kugeln. 4 Kugeln sind gelb, 3 Kugeln sind rot, 2 Kugeln sind grün und eine Kugel ist schwarz.

a) Beschreiben Sie ein Zufallsexperiment und ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit sich mit dem Term

$$\binom{7}{3} \cdot \left(\frac{4}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{10}\right)^4$$

berechnen lässt.

b) Berechnen Sie den Term $\binom{7}{3}$.

3 **Stochastik**
Das Baden im Mittelmeer kann mit schmerzhaften Begegnungen mit Meeresbewohnern verbunden sein, z. B. aufgrund einer Berührung mit Quallen. Das Risiko für eine Verletzung durch eine solche unliebsame Begegnung beträgt erfahrungsgemäß (ca.) 10 %.

Geben Sie jeweils einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse bei 50 Badenden an:

a) Es tritt genau der Erwartungswert an Verletzungen auf.

b) Es tritt keine Verletzung auf.

c) Es kommt zu mindestens einer Verletzung.

Hessisches Kultusministerium **Landesabitur 2019**

Mathematik **Thema und Aufgabenstellung**
Grundkurs **Prüfungsteil 1 (hilfsmittelfreier Teil) – Vorschlag A**

Stochastik – Niveau 1

2 In einem Behälter befinden sich 2 blaue und 3 weiße Kugeln.

2.1 Zwei Kugeln werden nacheinander zufällig ohne Zurücklegen gezogen.

Geben Sie für die folgenden Ereignisse jeweils einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an:

A: „Beide Kugeln sind blau.“

B: „Mindestens eine Kugel ist weiß.“

C: „Eine Kugel ist weiß und eine blau.“

(3 BE)

2.2 Bestimmen Sie, wie viele grüne Kugeln zusätzlich in den Behälter gelegt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Ziehen zufällig eine grüne Kugel zu ziehen, $\frac{2}{3}$ beträgt.

(2 BE)

Hessisches Kultusministerium **Landesabitur 2020**

Mathematik **Thema und Aufgabenstellung**
Grundkurs **Prüfungsteil 1 (hilfsmittelfreier Teil) – Vorschlag A**

Aufgaben

Stochastik – Niveau 1

1 Eine Urne enthält 3 rote und 5 gelbe Kugeln.

1.1 Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p_1, dass die beiden Kugeln gelb sind.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit p_2 dafür an, dass die zweite Kugel gelb ist, wenn die erste Kugel bereits gelb war.

(2 BE)

1.2 Es werden nacheinander 5 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
Erläutern Sie im Sachzusammenhang, was mit dem folgenden Term berechnet wird. Gehen Sie dabei auf die einzelnen Faktoren des Terms ein.

$$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3$$

(3 BE)

Abi Ü

3. a) $E(B)=14\cdot\frac{3}{5}=\frac{42}{5}=8{,}4$

Binomialverteilung. B kann mit $p=\frac{3}{5}$ und $n=14$ als binomialverteilt angenommen werden, da die Versuchsstufen (14 Fahrten, zufällige Gondelauswahl) unabhängig voneinander sind und p sich nicht verändert, sofern die Rahmenbedingungen unverändert bleiben.

b) $P(B=14)=\left(\frac{3}{5}\right)^{14}$

c) Hier wird die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, dass mindestens 9 der 14 Fahrten in einer blauen Gondel erfolgen.

4. a) Die allgemeine Formel, auf die sich der Term bezieht, lautet:

$$\binom{n}{k}\cdot p^3\cdot(1-p)^4$$

Hierbei ist n die Zahl der Ziehungen aus der Urne (mit Zurücklegen) und k die Zahl der Treffer. p ist die Trefferwahrscheinlichkeit. Das Zufallsexperiment könnte also folgendermaßen aussehen:
Wir ziehen aus der Urne mit den 10 Kugeln 7-mal mit Zurücklegen. Wenn die Zufallsvariable X die Zahl der gezogenen gelben Kugeln ist, dann bedeutet

$$P(X=3)=\binom{7}{3}\cdot\left(\frac{4}{10}\right)^3\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^4$$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau 3 gelbe Kugeln gezogen werden, denn die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer gelben Kugel beträgt immer $\frac{4}{10}$.

Alternativ könnte man sich auch auf die 3 roten Kugeln und die eine schwarze konzentrieren, d. h. sich fragen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass man bei 7-maligem Ziehen genau 3-mal eine rote oder eine schwarze Kugel erhält.

b) $\binom{7}{3}=\frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!}=\frac{7!}{4!\cdot 3!}=\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(4\cdot3\cdot2\cdot1)\cdot(3\cdot2\cdot1)}=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$

3. X sei die Anzahl von Verletzungen. Dann kann X mit $p=0{,}1$ und $n=50$ als binomialverteilt angenommen werden.

a) Der Erwartungswert ist $E(X)=50\cdot0{,}1=5$.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau der Erwartungswert auftritt, lässt sich berechnen mit:
$P(X=5)=\binom{50}{5}\cdot0{,}1^5\cdot0{,}9^{45}$

b) Die Wahrscheinlichkeit für keine Verletzung ist $P(X=0)=0{,}9^{50}$.

c) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Verletzung auftritt, ist:
$P(X\geq1)=1-P(X=0)=1-0{,}9^{50}$

M13,1 LÖSUNGEN Stochastik ohne Hilfsmittel 27.1.21

Abi 2019

2.1	$P(A)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$ $P(B)=1-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$ $P(C)=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}$	3
2.2	$\frac{n}{5+n}=\frac{2}{3}$ $3n=2\cdot(5+n)$ $n=10$ Es müssen 10 grüne Kugeln dazugelegt werden. Begründung *Eine Lösung in Textform oder durch systematisches Ausprobieren ist ebenfalls zu akzeptieren.*	2

Abi 2020

1.1	$p_1=\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}=\frac{20}{56}\left(=\frac{5}{14}\right)$ $p_2=\frac{4}{7}$	2
1.2	Mithilfe des Terms wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass beim fünfmaligen Ziehen genau zwei rote Kugeln gezogen werden. $\binom{5}{2}$ ist die Anzahl der Pfade mit zwei roten und drei gelben Kugeln. $\left(\frac{3}{8}\right)^2$ ist die Wahrscheinlichkeit, zum Beispiel in den ersten beiden Zügen eine rote Kugel zu ziehen. $\left(\frac{5}{8}\right)^3$ ist die Wahrscheinlichkeit, zum Beispiel in den letzten drei Zügen eine gelbe Kugel zu ziehen.	3