Lösungen A Knobelaufgaben, Zahlentheorie

A 1

W3. a) 4. Treppenkörper: 16 Würfel
7. Treppenkörper: 49 Würfel

b) (1) Es liegen 21 Würfel übereinander.
($21^2=441$)

(2) Es bleiben 9 Würfel übrig.

c) (1) Es liegen 18 Würfel übereinander.
(z. B. $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 = n^2 + 35$, also $n = 17$)

(2) Er besteht aus $18^2=324$ Würfeln.

d) $V = a^3 \cdot n^2$

A 2

W3. a) 18 Randsteine
12 Innensteine

b) Länge 6 Steine, Breite 14 Steine (oder umgekehrt), denn
innen: Länge 4 Steine, Breite 12 Steine (oder umgekehrt)

c) Minimum bei 10 Innensteinen Länge, 10 Innensteinen Breite,
also 44 Randsteine
Maximum bei 100 Innensteinen Länge, 1 Innenstein Breite,
also 206 Randsteine

d) (1) $(m-2) \cdot (n-2)$
alternativ:
$mn - 2m - 2n + 4$

(2) $2 \cdot (m+n) - 4$
alternativ:
$m \cdot n - (m-2) \cdot (n-2)$

Lösungen A Knobelaufgaben, Zahlentheorie

A 3

W4. a) 32 Wochen, denn
$6\ \text{l}/100\ \text{km} \cdot 350\ \text{km} = 21\ \text{l}$
21 l entsprechen 63 Punkten
2000 Punkte : 63 Punkte/Woche ($\approx$ 31,75 Wochen)

b) 124 € , denn
(2000 Punkte − 20 Wochen · 63 Punkte/Woche) = 740 Punkte
740 Punkte : 6 Punkte/€ = $123\,\frac{1}{3}$ €
alternativ: mit gerundetem Ergebnis aus a): 126 € , denn
12 Wochen · 63 Punkte/Woche = 756 Punkte
756 Punkte : 6 Punkte/€

c) Pia sollte den Vorschlag ihres Vaters annehmen
(mit Begründung), denn
40 € : (21 l/Woche · 0,13 €/l) $\approx$ 14,65 Wochen $\approx$ 15 Wochen,
aber 15 Wochen · 21 l/Woche · 6 Punkte/l = 1890 Punkte
(oder mit a): bei doppelter Punktzahl halbe Wochenzahl)

d) $p = 33\,\frac{1}{3}$, denn
2240 Punkte : (3 Punkte/l · 20 Wochen) = $37\,\frac{1}{3}$ l/Woche

$$350\frac{\text{km}}{\text{Woche}} \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right) \cdot \frac{6\,\text{l}}{100\,\text{km}} \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right) = 37\frac{1}{3}\frac{\text{l}}{\text{Woche}}$$

$$\left(1+\frac{p}{100}\right) \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right) = \frac{16}{9}$$

alternativ:
2240 : 20 = 112

$$\frac{112}{63}$$

$$\frac{16}{9}$$

$$\frac{16}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(1+\frac{p}{100}\right)^2$$

A 4

W4. a) (1) Angebot B ist günstiger, denn
A: 0,19 · 20 = 3,80
B: 1 + 0,1 · 20 = 3

a) (2) Ab 12 Minuten ist Angebot B günstiger,
von 0 bis 11 Minuten Angebot A, denn
$0,19x = 1 + 0,1x$

A 5

W5. a) 773773

b) $N = 3\cdot3\cdot4\cdot3 = 3^3\cdot4 = 108$

c) $N = 4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot3\cdot2 = 4!\cdot3! = 144$

d) $N = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{6\cdot5}{2} = 15$

e) $15\cdot3!\cdot4! = 15\cdot144 = 2160$

Lösungen A Knobelaufgaben, Zahlentheorie

A **6**

W4. a) (1) Bislang fanden 5 Spiele statt.

(2)

	Siege	Unentschieden	Niederlagen
Chillies	1	1	0
Abräumer	1	1	1
Drachen	0	3	0
Bolzer	0	1	1

(Für die Drachen ist die Variante „ein Sieg, zwei Niederlagen“ nicht möglich, da sonst die Anzahl der Unentschieden nicht durch 2 teilbar ist oder die Anzahl der Siege und Niederlagen nicht übereinstimmt.)

b)

Abräumer	:	Chillies	0:3
Abräumer	:	Drachen	0:0
Abräumer	:	Bolzer	1:0
Drachen	:	Chillies	1:1
Drachen	:	Bolzer	0:0

c) Wenn das Spiel gegen die Chillies 4:1 endet, stehen sie auf Platz 1.
(Die Bolzer haben dann 4 Punkte und 4:2 Tore, die Chillies hingegen zwar auch 4 Punkte, aber mit 5:5 Toren die niedrigere Tordifferenz.)
Wenn das Spiel gegen die Chillies 3:2 endet, stehen sie auf Platz 2.
(Die Bolzer haben dann 4 Punkte und 3:3 Tore, die Chillies hingegen zwar auch 4 Punkte, aber mit 6:4 Toren die höhere Tordifferenz.)

A **7**

W3. a) 49 (LE)

b) (1) Zeichnung
Die Länge von D_6 ist 36 (LE).

(2) Zeichnung
Die Länge von D_3 ist 9 (LE).

c) k = 8

d) (1) $D_n = n + 2 \cdot (1 + 2 + \ldots + (n-1))$
alternativ:
$D_n = 1 + 2 + \ldots + n + \ldots + 2 + 1$ oder $D_n = 2 \cdot (1 + 2 + \ldots + n) - r$

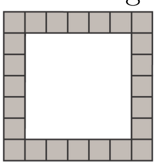
(2) vollständige Umformung:

$$D_n = n + 2 \cdot (1 + 2 + \ldots + (n-1)) = n + 2 \cdot \left(\frac{n \cdot (n-1)}{2} \right)$$

$$D_n = n + n \cdot (n-1)$$

$$D_n = n + n^2 - n$$

W3. a) Zeichnung



24 Plättchen

b) $a = 15$

c) (1) (12|2), (11|3), (9|5), (8|6)

(2) 81 Plättchen

(3) 900 Plättchen

d) $n^2 + (n-1)^2$ (oder äquivalenter Term)