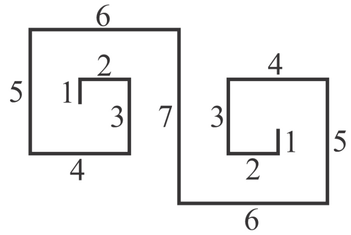
W3. Die abgebildete Doppelspirale D_7 ist ein Streckenzug, bei dem man an beiden Enden einer Strecke von 7 Längeneinheiten (LE) jeweils eine Spirale anhängt. Diese Spirale entsteht, indem man die Streckenlängen bei jedem Richtungswechsel um 1 (LE) verringert. Entsprechend hat bei D_6 die längste Strecke die Länge 6 (LE).



a) Bestimme die Länge des Streckenzuges von D_7 (in LE).

b) Zeichne den Streckenzug und bestimme auch jeweils seine Länge (in LE).

(1) D_6

(2) D_3

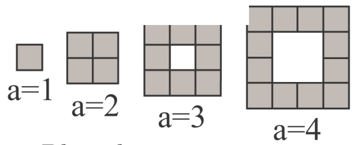
c) Der Streckenzug einer Doppelspirale D_k hat die Länge 64 (LE). Bestimme k.

d) (1) Gib die Länge des Streckenzuges der Doppelspirale D_n als Summe an.

(2) Zeige durch Umformen, dass diese Summe gleich n^2 ist.

(Beachte: $1 + 2 + ... + n = \frac{(n+1) \cdot n}{2}$ oder auch $1 + 2 + ... + (n-1) = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$)

W3. Quadratische Plättchen der Seitenlänge 1 werden so aneinander gelegt, dass eine quadratische Figur (Rahmen mit Seitenlänge a) entsteht.



a) Zeichne den Rahmen für $a = 7$ und gib die Anzahl der benötigten Plättchen an.

b) Aus 56 Plättchen wird ein Rahmen gelegt. Welche Seitenlänge hat er?

c) Es werden nun verschiedene Rahmen ineinander gelegt.

(1) Mit 48 Plättchen werden zwei Rahmen gelegt, z. B. ein äußerer mit Seitenlänge 10 und ein innerer mit Seitenlänge 4, also (10|4). Nenne alle weiteren Möglichkeiten.

(2) Es sollen nun alle Rahmen mit ungeraden Seitenlängen von $a = 1$ bis $a = 9$ ineinander gelegt werden. Wie viele Plättchen benötigt man dafür insgesamt?

(3) Es sollen nun alle Rahmen mit geraden Seitenlängen von $a = 2$ bis $a = 30$ ineinander gelegt werden. Wie viele Plättchen benötigt man dafür insgesamt?

d) Es sollen nun alle Rahmen (mit geraden und ungeraden Seitenlängen) von $a = 1$ bis $a = n$ gelegt werden. Gib eine Formel für die Gesamtzahl der benötigten Plättchen an.